Facitliste til

KonteXt +9, Kernebog

Kapitel 1: Afstande og vinkler

Facitlisten er en del af KonteXt +9; Lærervejledning/Web
KonteXt +9, Kernebog
Forfattere: Bent Lindhardt, Niels Jacob Hansen, Mette Christensen og Lars Busch Johnsen
Ekstern redaktør: Bent Lindhardt
Forlagsredaktion: Susanne Schulian

www.alinea.dk

Stigen side 6-9

Opgave 1

a. En retvinklet trekant
b. 90°
c. 70°

Opgave 2

a. Længden af stigen på tegningen er 5,9 cm og længden af afstanden fra stigen til væggen er 2,05 cm.
   Længden af afstanden fra stigen til væggen kan så beregnes ved at se på forholdet mellem stigens længde i virkeligheden og stigens længde op tegningen.
   6 m/5,9 cm = afstand stige til væg/2,05
   Afstand stige til væg = 2,1 m
b. Stigen når ca. 5,6 m op på væggen.
c. Vinklen er 20°

Opgave 3

a. Når punkt S flyttes længere væk fra væggen bliver afstanden fra punkt T til jorden mindre og nærmer sig 0. Når punkt S flyttes tættere på væggen bliver afstanden fra punkt T til jorden større og nærmer sig 6 m.
b. Når punkt T flyttes højere op bliver afstanden fra S til væggen mindre og nærmer sig 0. Når punkt T flyttes mod jorden bliver afstanden fra S til væggen større og nærmer sig 6 m.

Opgave 4

a. Når stigen gøres længere kan den nå højere op på væggen. Stigen skal være lidt længere end 3 m for at den kan stå op ad væggen, når den skal stå 3 m fra væggen.
b. Når stigen gøres længere vil den stå længere og længere væg fra væggen. Stigen skal være lidt længere end 6 m for at kunne stå op ad væggen.

Opgave 5

a. Vinklen mellem stige og væg er ca. 32°.
b. Vinklen mellem jord og stige er ca. 58°.

Opgave 6

a. Vinklen stige og jord bliver større og nærmer sig 90°.
b. Vinklen mellem stige og væg bliver mindre og nærmer sig 0°.

Opgave 7

a. Vinklen mellem stige og væg kan næsten blive 0°.
b. Stigen er placeret så den næsten er vandret. Afstanden fra væggen til punkt S er kun lidt større end stigens længde.

Opgave 8

a. Bogstavet a svarer til afstanden fra T til jorden.
   Bogstavet b svarer til afstanden fra Stigen til væggen.
   Bogstavet c svarer til stigens længde.
b. Bogstavet A svarer til vinklen mellem jord og stige
   Bogstavet B svarer til vinklen mellem stige og væg.
   Bogstavet C svarer til vinklen mellem jord og væg.

Opgave 9

a. Tegning af retvinklet trekant.
b. Navngivning af vinkler og sider.
c. Måling af sidelængder på tegningen og undersøgelse af, at det passer med den pythagoræiske læresætning.

Opgave 10

a. Afstanden er ca. 5,81 m.
b. Afstanden er ca. 3,32 m.

Opgave 11

a. Stigen skal være ca. 8,54 m.

Opgave 12

Afstand stige til væg i meter	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
Afstand T til jord i meter	9,9	9,8	9,5	9,2	8,7	8,0	7,1	6,0	4,4

Opgave 13

a. $6^2 = 5^2 + 2^2$
   $36 = 25 + 4$
   $36 = 29$
   Da udsagnet er falskt er trekanten ikke retvinklet.
b. Trekanten er stumpvinklet fordi 36>29.

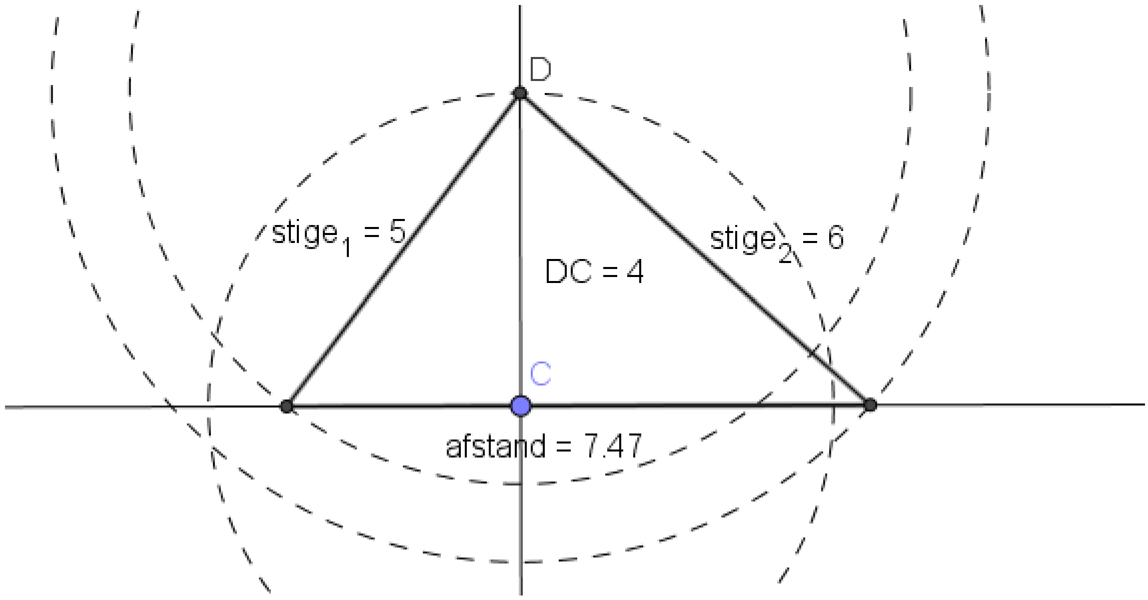
Opgave 14

	a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2	Trekanttype
Trekant 1	12	5	13	169	169	Retvinklet
Trekant 2	14	14	20	392	400	Stumpvinklet
Trekant 3	11	10	13	221	169	Spidsvinklet
Trekant 4	15	16	17	481	289	Spidsvinklet
Trekant 5	14	16	22	452	484	Stumpvinklet

d. Når summen af de to korte siders kvadrater er større end den længste sides kvadrat er trekanten spidsvinklet. Når summen af de to korte siders kvadrater er lig med den længste sides kvadrat er trekanten retvinklet. Når summen af de to korte siders kvadrater er mindre end den længste sides kvadrat er trekanten stumpvinklet.

Udfordringen

Opgaven kan løses ved tegning.



a. De to stiger står ca. 7,5 m fra hinanden.
b. De to stiger og jorden danner en spidsvinklet trekant.

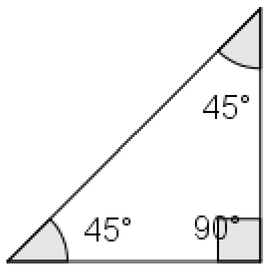
Flere stiger side 10-13

Opgave 1

a. Stigen kan teoretisk nå 5 m op af væggen.
b. Han kan teoretisk sætte den 5 m fra væggen.

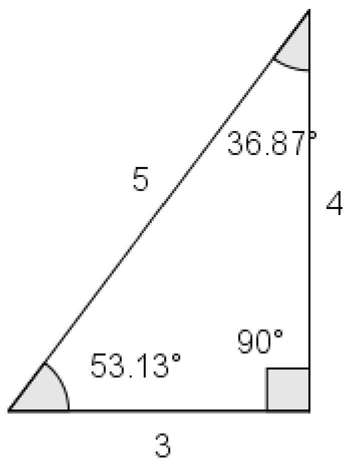
Opgave 2

a.



b. Se tegning

Opgave 3+4



Opgave 5

a.

Vinkel A	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
Afstand a	0,87 m	1,71 m	2,50 m	3,21 m	3,83 m	4,33 m	4,70 m
Stigens længde (c)	5 m	5 m	5 m	5 m	5 m	5 m	5 m

b.

Vinkel A	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
Afstand a	0,52 m	1,03 m	1,50 m	1,93 m	2,30 m	2,60 m	2,82 m
Stigens længde (c)	3 m	3 m	3 m	3 m	3 m	3 m	3 m

Opgave 6

a.

Vinkel A	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
Forholdstallet a/5	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94
Forholdstallet a/3	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94

b. Forholdstallet a/c i en retvinklet trekant afhænger kun af størrelsen på vinklen.

Opgave 7

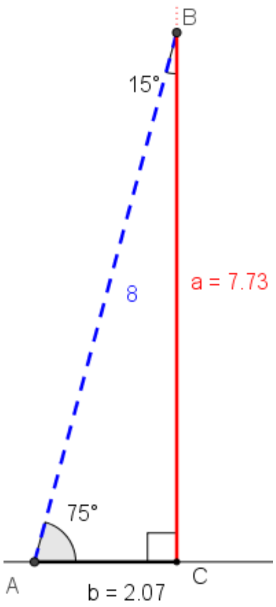
a. 1,37 m

b. Vinkel A er 60°.

Opgave 8

a. Stigen skal stå ca. 2 m fra væggen og vil nå ca. 7,7 m op på væggen.

b. Tegning med mål.



c. Tegning med mål.

Opgave 9

I første oplag af bogen bliver der fejlagtigt spurgt til vinkel B. Spørgsmålet går på vinkel A.

a. Den modstående katete til vinkel A er siden a.
b. Den hosliggende katete til vinkel A er siden b.

Opgave 10

a.

Vinkel A	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
Forholdstallet b/5	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34
Forholdstallet b/3	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34

b. Forholdstallet b/c afhænger kun af vinklens størrelse i en retvinklet trekant.

Opgave 11

a. Stigen står ca. 3,6 m fra muren.
b. Vinkel A er ca. 75°.

Opgave 12

a. Vinkel A er 15°.
Længden af c er 6,43/cos(15°) = 6,66
Længden af b $\sqrt{(6{,}66^2 - 6{,}43^2)} = 1{,}72$

Opgave 13

a. Undersøgelse af egen lommeregner.

b.

Grader	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
sin(v)	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98	1,00
cos(v)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Opgave 14

a. Undersøgelse på lommeregner. Hvis sin(v) = 0,57 er v = 34,7°.

b.

Grader	12°	36°	46°	70°	72°	55°
sin(v)	0,20	0,59	0,72	0,94	0,95	0,81
cos(v)	0,98	0,81	0,69	0,35	0,31	0,58

Opgave 15

a. sin(80°) = 0,9848

sin(89°) = 0,9998

b. sin(90°) = 1

c. At stigen stå lodret.

Opgave 16

a. Beregning med et cas-værktøj.

Udfordringen

a. I en ligebenet trekant er de to vinkler ved grundlinjen lige store. Da trekanten er retvinklet må begge vinkler være 45°.

b. Ved beregning med pythagoras er det muligt at opstille følgende ligning. Begge kateter er lige lange.

$1^2=x^2+x^2$

$1 = 2x^2$

$1/2=x^2$

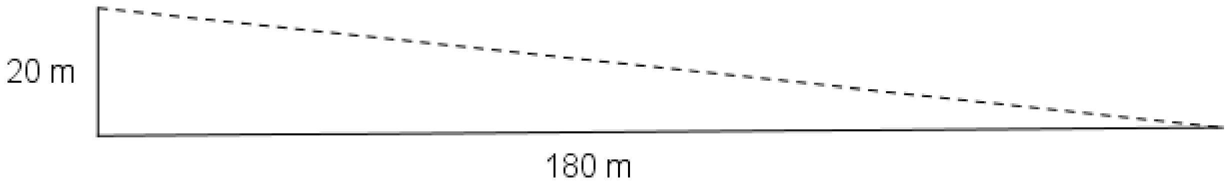
$\sqrt{(1/2)} = x$

$1/\sqrt{(2)} = X$

Hanglider side 14-15

Opgave 1

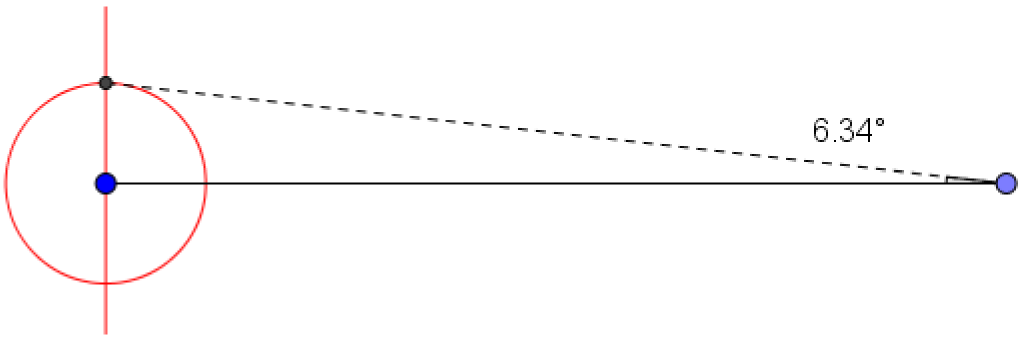
a. Tegning af skitse.



b. Gildetallet = 20:180 = 1:9=0,11

Opgave 2

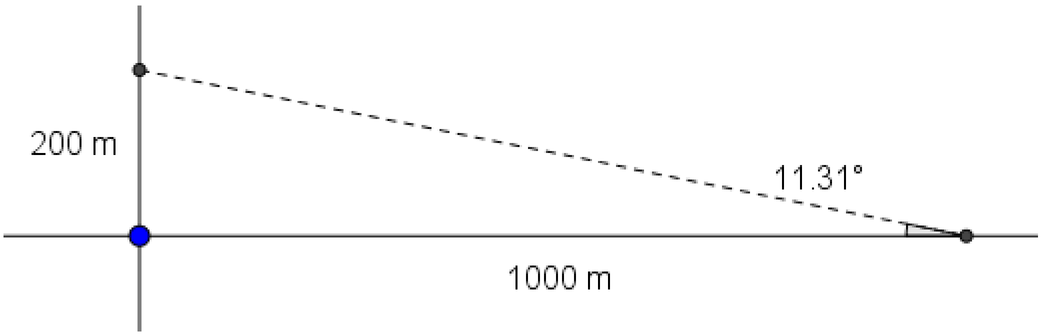
a. Præcis tegning



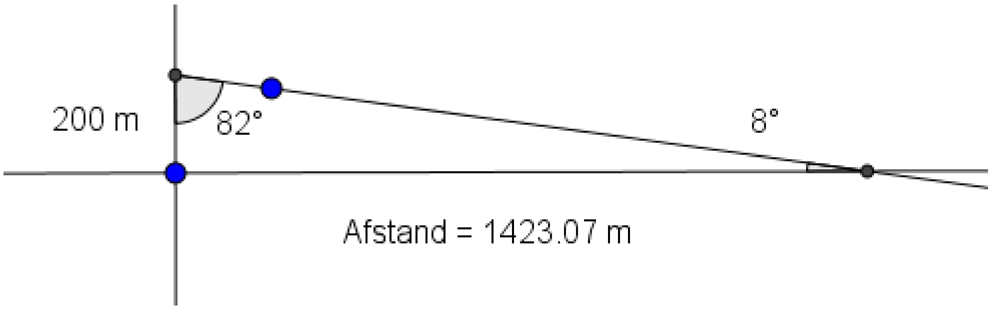
b. Hvis glidetallet er det samme er glidevinklen også den samme.

Opgave 3

a. Tegning af svæv fra 200 meters højde og et glidetal på 0,2



b. Tegning med gildevinkel på 8°.



Opgave 4

Glidetal	0,5	0,25	0,13	0,29	0,21	0,11
Glidevinkel	27°	14°	7°	16°	12°	6°

Opgave 5

a. Undersøgelse på egen lommeregner.
b. Tabel

Grader	9°	25°	30°	45°	60°	76°	81°	89°
tan(v)	0,16	0,47	0,58	1,00	1,73	4,01	6,31	57,29

Opgave 6

a. Undersøgelse på egen lommeregner
b. Når tan(v) = 0,38 er v ca. 21°.

Opgave 7

a. tan(10°)*1100 = 194, hvilket er en højde på 194 m.

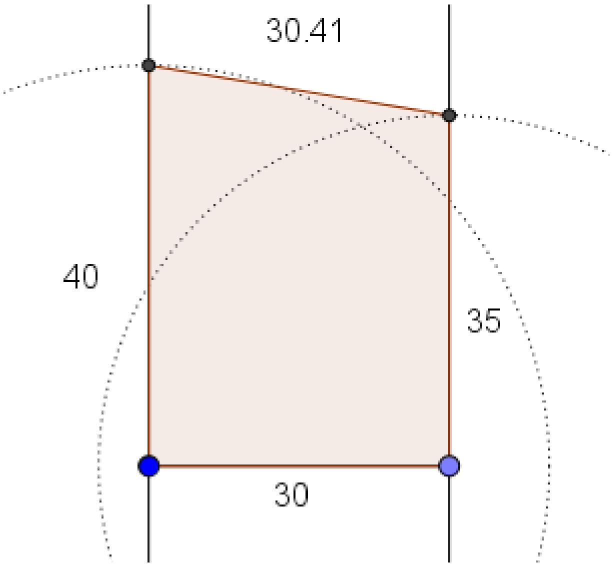
Udfordringen

a. Højdeforskellen er 51 m.
Den vandrette afstand kan beregnes med pythagoras.
$\sqrt{300^2 - 51^2} \approx 296$
Glidetallet 51:296=0,17
Glidevinklen er ca. 10°

Fuglekasser side 16-17

Opgave 1

a. Præcis tegning af sidestykket.

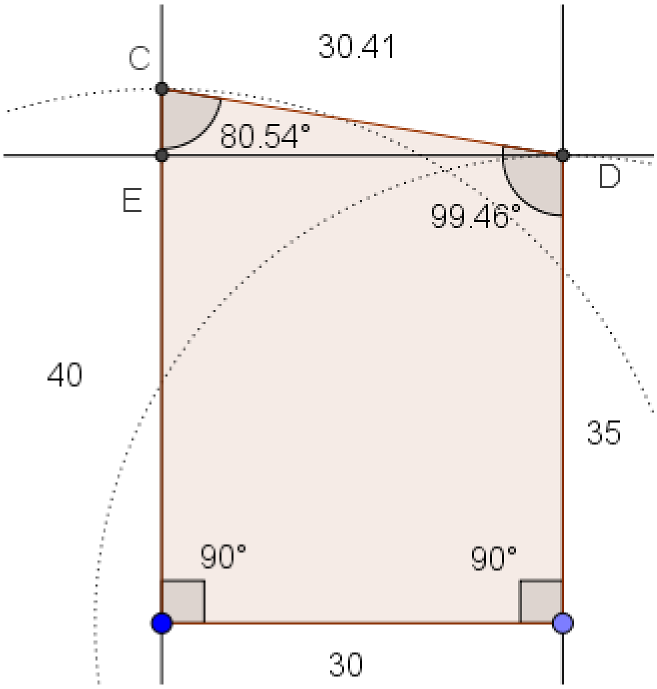


b. Længden af det skrå stykke er ca. 30,4 cm.

c. Længden af det skrå stykke kan beregnes vha. den pythagoræiske læresætning.

$\sqrt{30^2 + 5^2} = 5 \cdot \sqrt{37} \approx 30{,}414$

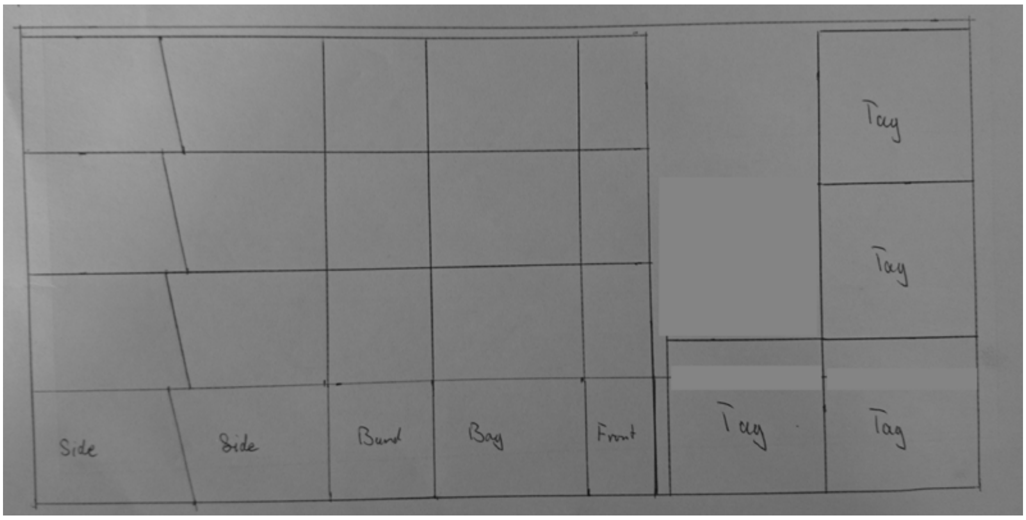
d. Vinkelstørrelser kan beregnes ved at betragte trekant EDC



$\sin^{-1}\left(\frac{30}{30{,}414}\right) \approx 80{,}536$

Opgave 2

a. Tegning af skitse

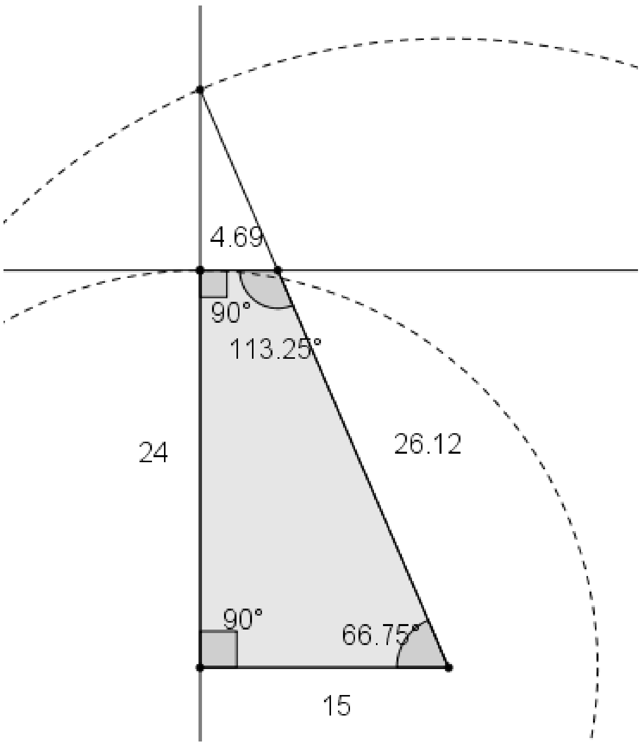


Opgave 3

a. Tegning af skitse.
b. Skitser af de seks stykker.
c. Præcis tegning.

Udfordringen

a. Præcis tegning af sideflade.



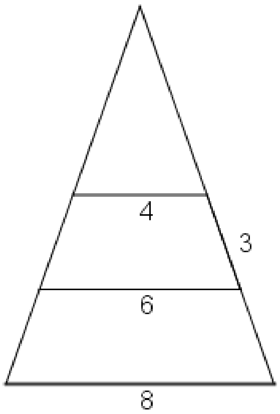
Breddeopgaver side 24-28

1

a. Skitser af de to figurer
b. Længden af HI = 12 og længden af PQ = 14

2

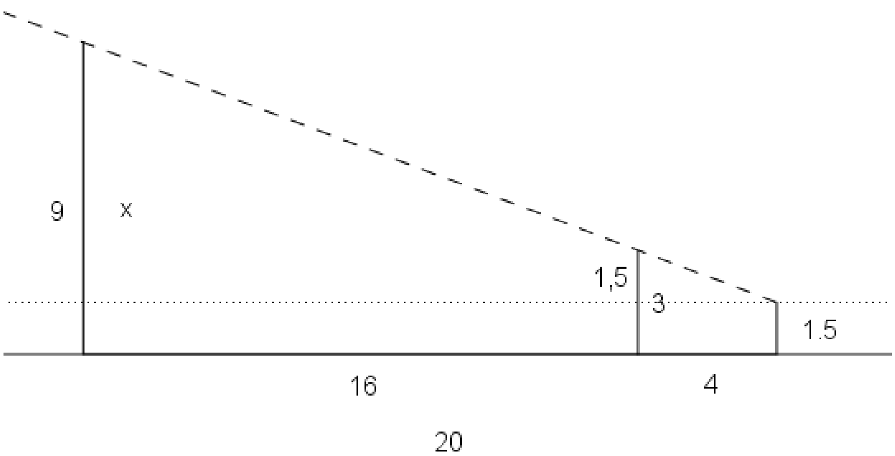
a. Hver trærafte er 12 m
b. Målene på skiltet beregnes ved at se på ensvinklede trekanter.



$$\frac{6}{12} = \frac{x}{8}$$
$$\Updownarrow$$
$$x = 4$$

3

a. Træets højde er 9 m.
Højden kan beregnes ved at betragte ensvinklede trekanter.



$$\frac{x}{1{,}5} = \frac{20}{4}$$
$$\Updownarrow$$
$$x = 7{,}5$$

Træets højde er derfor 7,5 m + 1,5 m = 9 m.

4

Vinklerne i de to trekanter er parvis lige store.

5

Det er underforstået, linjestykkerne er parallelle.

a. Længden af a er 15 og længden af b er 8.
b. Længden af DE er 7 og længden af BD er 16.

6

a. Udfyldt tabel

	a	b	c
Trekant 1	5 cm	12 cm	31,2 cm
Trekant 2	19,4 cm	24 cm	25 cm
Trekant 3	20 cm	26,8 cm	40 cm

7

a. Længden af hypotenusen er $\sqrt{8^2 + 7^2} = \sqrt{113} \approx 10{,}63$
   Hypotenusen er ca. 10,6 cm

8

a. Længden af den anden katete er $\sqrt{40^2 - 20^2} = 20 \cdot \sqrt{3} \approx 34{,}641$
   Den anden katete er ca. 34,6 cm.

9

a. Længden af diagonalen skal være $\sqrt{5{,}4^2 + 4{,}2^2} = 6{,}84$
   Diagonalen skal være ca. 6,84 cm.

10

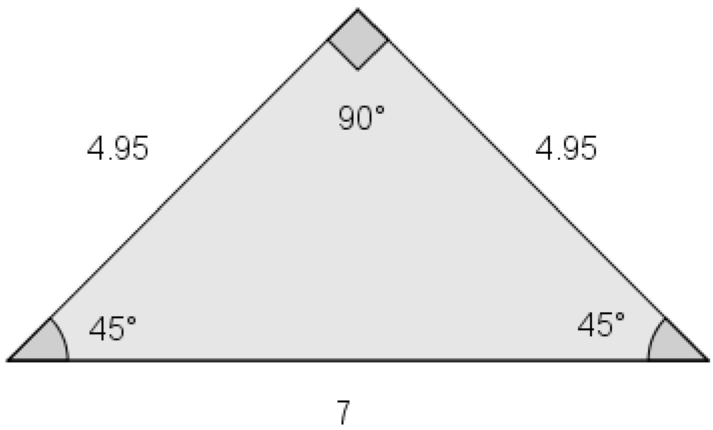
a. Stigens længde er ca. 4,37 m.

11

a. Retvinklet fordi $12^2 + 16^2 = 20^2$
b. Er ikke retvinklet, fordi $28^2 + 12^2 = 928$ og $36^2 = 1296$
c. Er ikke retvinklet, fordi $43^2 + 37^2 = 3218$ og $54^2 = 2916$

12

a. Tegning af ligebenet retvinklet trekant med hypotenusen 7 cm.



b. Beregning $x^2 + x^2 = 7^2$

$2x^2 = 49$

$x = \sqrt{\frac{49}{2}}$

13

a. Tegning af kvadrat med en diagonal på 3 cm.
b. Sidelængderne bliver ca. 2,12 cm

14

a. Længden af siden a er cos(30°) · 8 = 6,93 cm
b. Længden af siden b er sin(30°) · 8 = 4 cm.

15

I første oplag af bogen er rækkefølgen af de to opgaver forkert. Opgaverne kan løses på flere måder.

a. Længden af siden c er $\frac{17}{\sin(52°)} = 21{,}57$

b. Længden af siden b er $21{,}57 \cdot \cos(52°) = 13{,}28$

16

a. Antennes højde er $\tan(68) \cdot 50 = 124$

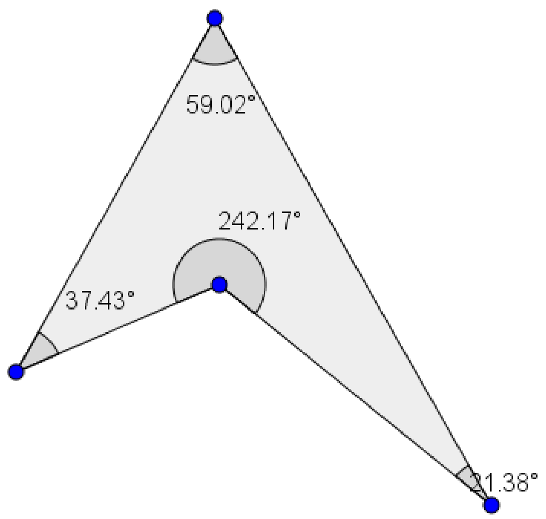
b. Længden af de lange barduner er $\frac{50}{\cos(68°)}$ =134 m og længen af de korte er$\frac{25}{\cos(68°)} =$ 67 m.

17

a. Vinkel u er 58°, vinkel v er 92°.

18

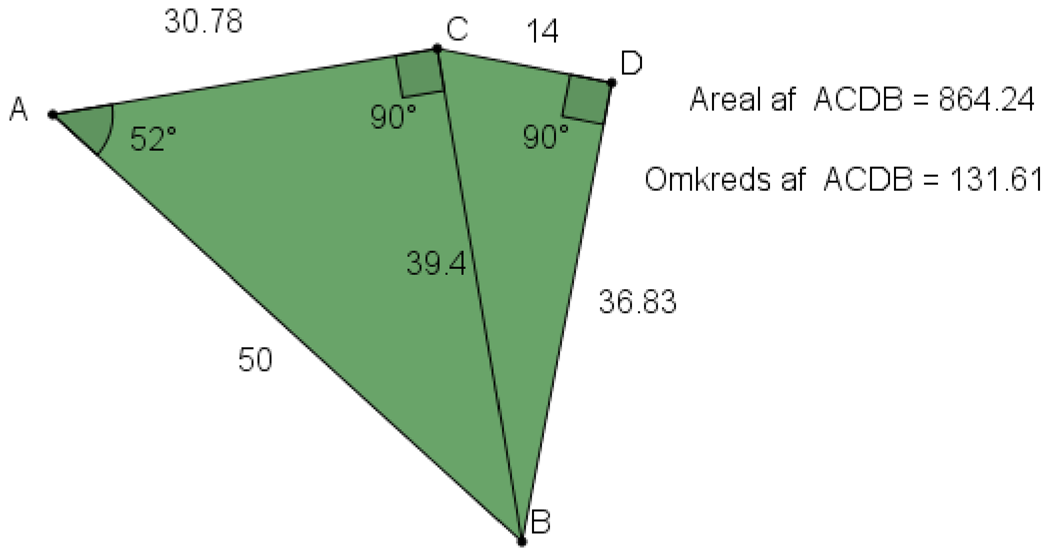
a. Tegning af firkant med en indre vinkel større end 180°.



19

a. Vinkel v er 199° og vinkel u er 40°.

20



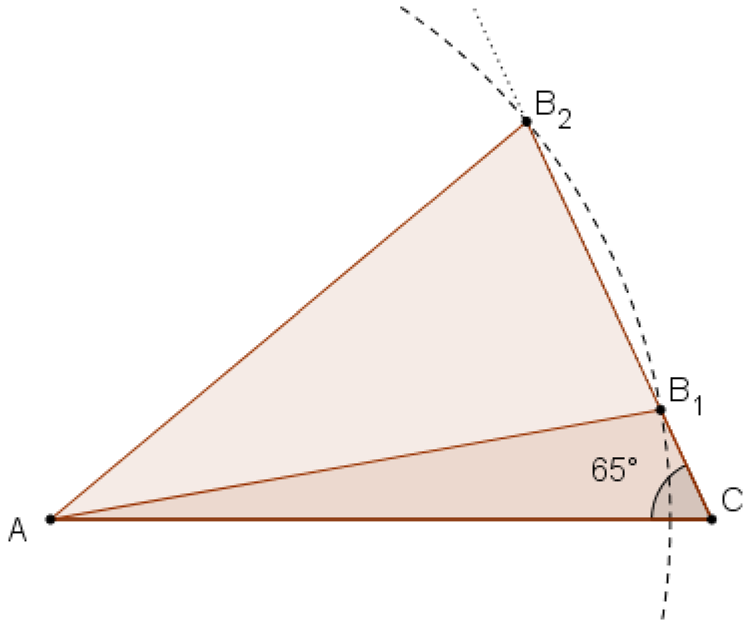
21

Konstruktion og måling

	a	b	c	A	B	C
Trekant 1	6	5	8	48,5°	38,6°	92,9°
Trekant 2	5	6,52	6	46,9°	72°	61,1°
Trekant 3	2,91	4	5,49	31°	45°	104°
Trekant 4 To løsninger	3,96 eller 8,09	9	7	24,8° eller 59,2°	107,2° eller 72,8°	48°

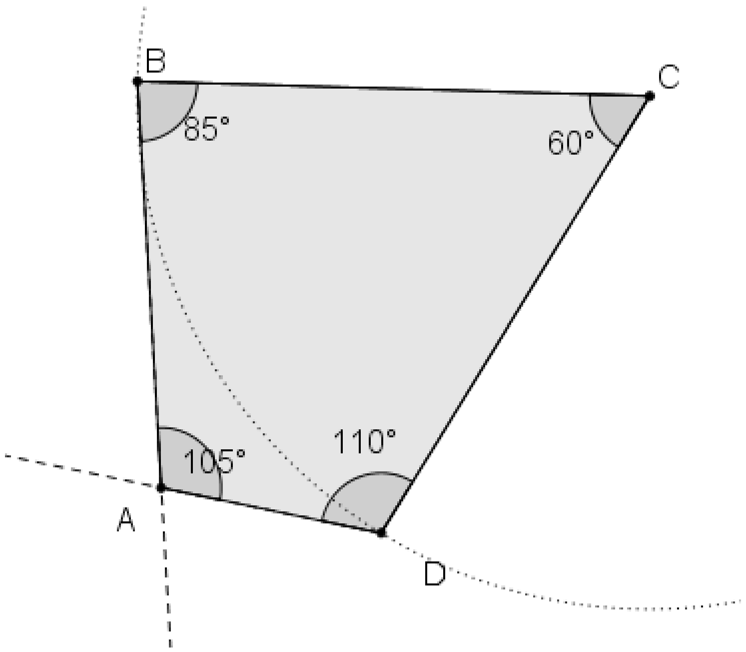
22

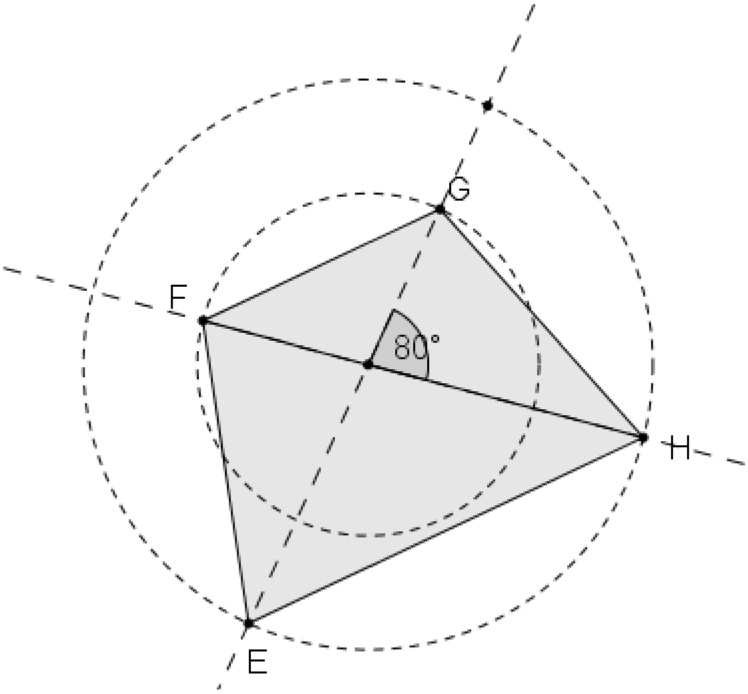
Konstruktion af trekant - to løsninger.



23

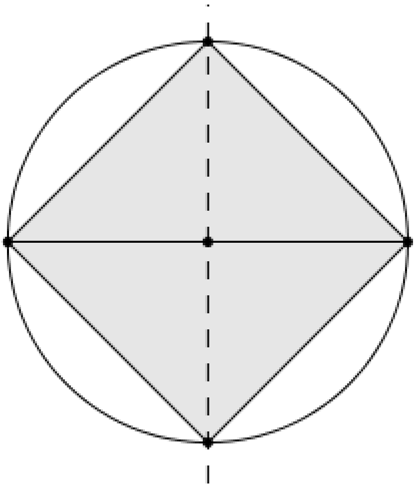
Konstruktion af to figurer.





24

Tegning af kvadrat med diagonaler på 4 cm.



25

a. sin(35°) = 0,5736
b. sin(5°) = 0,0872
c. cos(90°) = 0
d. sin(90°) = 1

26

a. v = 20°
b. v = 30°
c. v = 53°
d. v = 0°
e. v = 90°
f. v = 60°

27

Trekant	a	b	c	A	B	C
A	54,24	4,75	54,45	85°	5°	90°
B	4,76	1,83	5,10	69°	21°	90°
C	7,90	0,69	7,93	85°	5°	90°
D	6,40	5,19	8,24	51°	39°	90°
E	1,10	5,18	5,29	12°	78°	90°
F	1,72	6,43	6,66	15°	75°	90°
G	7,34	16,49	18,05	24°	66°	90°

28

a. Stigen vil nå 5,79 m op ad væggen.
b. Afstanden fra fodpunktet til væggen vil være 1,55 m.

29

a. Vinklerne ved grundlinjen er 72° og højden er 213 cm.

30

a. Tan(15°) = 0,2679
b. Tan(45°) = 1
c. Tan(80°) = 5,6713
d. Tan(89°) = 57,2900
e. Tan(1°) = 0,0175
f. Tan(89,9°) = 572,9572

31

a. v = 30,1°
b. v = 60,0°
c. v = 87,0°

32

a. Eiffeltårnet er 320 m højt.

33

$\sqrt{8^2 + \left(\sqrt{9^2 - 8^2}\right) + 13)^2}$ = 19,900

Siden AC er ca. 19,9 cm

34

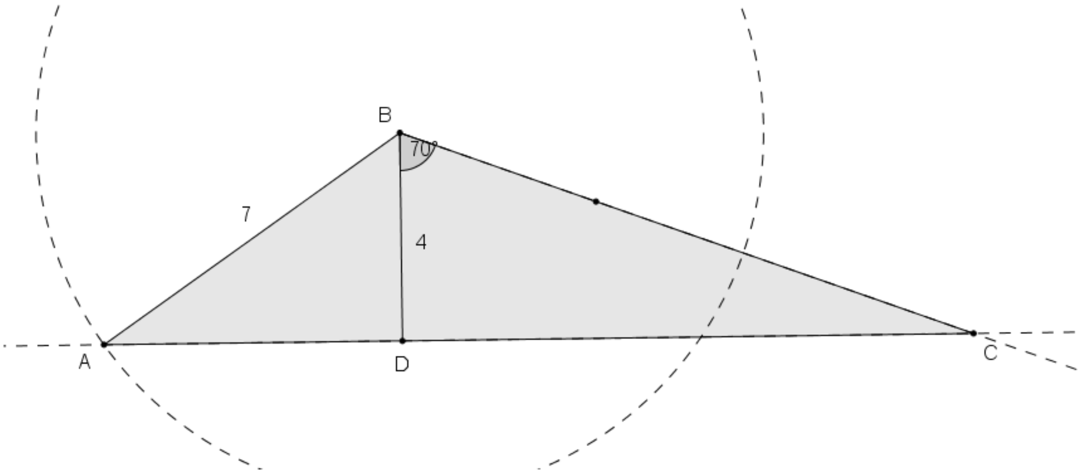
a. Skærmens længde er ca. 58 cm (57,56 cm) og bredden er ca. 32 cm (32,38 cm).

35

a. Længden af den skrå side er ca. 2,7 m $\left(\sqrt{2{,}1^2 + 1^2} + 0{,}4 = 2{,}73\right)$

36

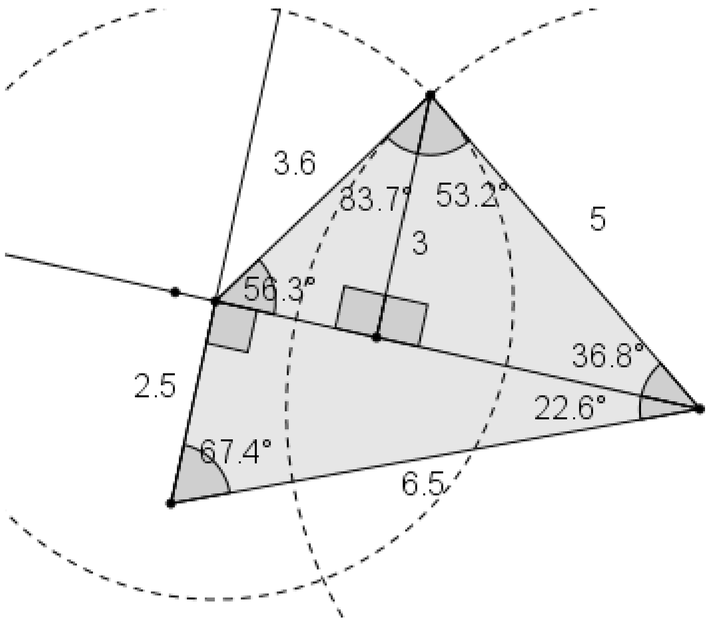
a. Konstruktion af trekanten.



b. Linjestykket AD beregnes vha. den pythagoræiske læresætning.
Linjestykket CD beregnes vha. tangens.
Linjestykket BC kan beregnes på flere måder.
Længden af AD er 5,74
Længden af CD er 10,99

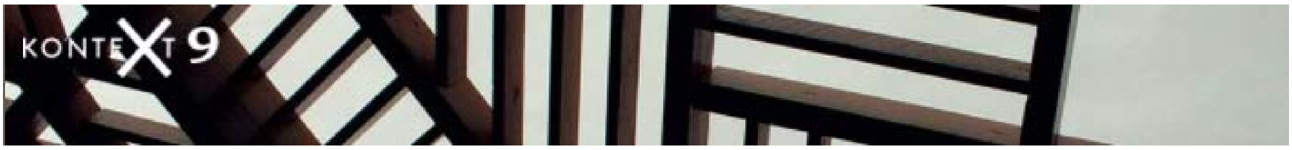
c. Trekantens areal er 33,47

37



38

a. De to trekanter er fordi både flagstang og mand står vinkelret på jorden, og fordi en lysstråles indfaldsvinkel i et spejl er lig med udfaldsvinklen.
b. Flagstangen er 12 m høj.



Facit til

KonteXt+ 9, Kernebog

Kapitel 2: Tal i store mængder

Facitlisten er en del af KonteXt +9; Lærervejledning/Web
Forfattere: Bent Lindhardt, Niels Jacob Hansen, Mette Christensen og Lars Busch Johnsen
Ekstern redaktør: Bent Lindhardt
Forlagsredaktion: Susanne Schulian

- et forlag under Lindhardt og Ringhof A/S, Egmont
1. udgave, 1. oplag 2017

www.alinea.dk

Hvad er en brøk? side 32 – 35

Opgave 1

a. fx: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, ...

b. $\frac{1}{2}$ eller $\frac{1}{3}$

c. 1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

3) $\frac{1}{5}+\frac{1}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{6}+\frac{1}{30}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$

d. -

Opgave 2

a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

b. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}=\frac{10}{20}+\frac{5}{20}+\frac{1}{20}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$

c. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Opgave 3

a. $\frac{1}{8}$ viertel

b. 28 pægle

c. $\frac{3}{32}$ viertel

Opgave 4

a. 2½ pægl

b. $4\frac{1}{8}$ potte eller 4 potter og ½pægl

c. 3 kander

Opgave 5

a. 16 krus

b. $1\frac{1}{5}$ pægl

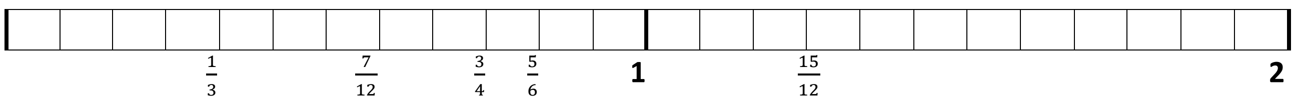
Opgave 6

a. fx $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$, ...

b. Man kan forlænge brøken i det uendelige.

Opgave 7

a.



b. 1) Der øges med $\frac{3}{4}$. De næste tre tal bliver: 3, $3\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{2}$

2) $\mathbf{\frac{1}{12}}$, $\mathbf{\frac{1}{6}}=\frac{2}{12}$, $\mathbf{\frac{1}{4}}=\frac{3}{12}$, de næste tal må være $\frac{4}{12}=\mathbf{\frac{1}{3}}$, $\mathbf{\frac{5}{12}}$, $\frac{6}{12}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

3) Der øges med $\frac{3}{4}$. De næste tre tal bliver: $2\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{4}$

Opgave 9

a. $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \frac{13}{8}$ **b.** fx: $\frac{4}{9}, \frac{5}{12}, \frac{7}{18}$

Opgave 10

a. $\frac{7}{24}$ **b.** $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ **c.** $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$

Opgave 11

a. $\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{3}{5}$ **c.** 0

Opgave 12

a. - **b.** -

c. 1) $\frac{2}{5}$ 2) 25 3) $\frac{2}{3}$ 4) $1\frac{1}{8}$ 5) 12 6) 9 7) $1\frac{1}{3}$

Opgave 13

a. 5059,409 **b.** $2 \cdot 100 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 1 \cdot \frac{1}{1000}$

Opgave 14

a. $\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\frac{3}{4} = 0{,}75$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = 0{,}3333....$ $\frac{3}{5} = 0{,}6$ $\frac{5}{8} = 0{,}625$ $\frac{1}{9} = 0{,}1111...$

b. endelig endelig periodisk endelig endelig periodisk

Opgave 15

a. $\frac{2}{7} = 0{,}2857142857...$ perioden = 285714

.

$\frac{2}{13} = 0{,}1538461538..$ perioden = 153846

Opgave 16

a. fx: 0,31 0,32 0,33 0,34 0,341 0,342 0,343

b. Uendeligt mange. Man kan hele tiden tilføje en ekstra decimal.

Opgave 17

a. - **b.** at det uendelige decimaltal 0.999... er det samme som 1.

Opgave 18

a. -

b. 1) $\frac{36}{99} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}$ 2) $\frac{44}{99} = \frac{4}{9}$ 3) $\frac{915}{999} = \frac{305}{333}$

Udfordringen

a. 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, ...

b. De er multiplum af 2 og 5. fx: $4 = 2 \cdot 2$ $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ $10 = 2 \cdot 5$ $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

√2 er ikke et brøktal side 36 – 37

Opgave 1

a. $(\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = \frac{81}{36} = 2\frac{9}{36}$ $\qquad$ $(\frac{4}{3})^2 = \frac{16}{9} = \frac{64}{36} = 1\frac{28}{36}$

b. $1\frac{28}{36}$ er tættest på med en afstand på $\frac{8}{36}$ fra 2.

c. fx: $\frac{7}{5}$ eller $\frac{17}{12}$

Opgave 2

a. $1{,}4^2 = 1{,}96$ forskel på 0,04 fra 2
b. $1{,}41^2 = 1{,}9881$ forskel på 0,0119 fra 2
c. fx: $1{,}414^2 = 1{,}999369$

Opgave 3

a. 1,414213562 her vises 9 decimaler $\qquad$ **b.** -

Opgave 4

a. =KVROD(2) $\qquad$ **b.** I første omgang 6 decimaler, men flere kan vises.

Opgave 5

a. 3,16227766
b. 3, 16227766016838
c. fx: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, …
d. De er kvadrattal.

Opgave 6

a. Ja. $0 \cdot 0 = 0$ så må $\sqrt{0} = 0$
b. Et tal ganget med sig selv kan ikke give et negativt tal. Fx: $3 \cdot 3 = 9 \quad -3 \cdot -3 = 9$

Opgave 7

a. Ja. $\qquad 2 = \sqrt{4}$ dvs. at $2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{8}$

b. Ja. $\qquad \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{16}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \qquad \sqrt{\frac{4}{16}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

Udfordringen

a.	$\sqrt{2}$	$1{,}414^2 = 1{,}999$	$1{,}415^2 = 2{,}002$	
	$\sqrt{35}$	$5{,}909^2 = 34{,}916$	$5{,}92^2 = 35{,}04$	$5{,}916^2 = 34{,}999$
	$\sqrt{123}$	$11{,}04^2 = 121{,}88$	$11{,}09^2 = 122{,}9881$	$11{,}0909^2 = 123{,}008$

Ud med matematikken side 38 – 39

Opgave 1

a. 6^7 = 279936 5^4 = 625

b. 2^{10} = 1024

Opgave 2

a. ∧

b. 10^{10} = 10 000 000 000 7^6 = 117 649

c. 5,14 · 10^5 = 514 000

Opgave 3

a. 5^0 = 1 17^0 = 1 **b.** Ja. a^0 = 1 gælder alle tal undtagen 0

Opgave 4

a. 1) 9 2) -1 3) 1 4) -16807

b. Når eksponenten er et ulige tal og roden negativ, bliver resultatet negativt.
Når eksponenten er et lige tal bliver resultatet positivt.

Opgave 5

a. $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$ $\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$ eller $\frac{1}{4^2}$ $\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$ **b.** $\frac{1}{256}$

Opgave 6

a. + **b.**

Trin	0	1	2	3	4	5
Brøkdel	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3^2}$	$\frac{1}{3^3}$	$\frac{1}{3^4}$	$\frac{1}{3^5}$
Potens	3^0	3^{-1}	3^{-2}	3^{-3}	3^{-4}	3^{-5}

Opgave 7

a.

1) $4^5 \cdot 4^6$ = 4·4·4·4·4 · 4·4·4·4·4·4 = 4^{11}

2) $5^6 : 5^2$ = $\frac{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5}{5\cdot5}$ = 5^4

3) $(3^3)^2$ = $(3\cdot3\cdot3)^2$ = (3·3·3) · (3·3·3) = 3^6

b.

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n : a^m = a^{n-m}$

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$

4) $\frac{9^5}{9^2}$ $= \frac{9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9}{9 \cdot 9} = 9^3$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

5) $5^9 \cdot 5^{-3} = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = 5^6$ $a^n \cdot a^{-m} = a^{n-m}$

6) $(3^4)^{-2} = \frac{1}{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)^2} = \frac{1}{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)} = \frac{1}{3^8} = 3^{-8}$ $(a^m)^{-n} = a^{m \cdot -n}$

7) $6^0 \cdot 6^{-1} = 1 \cdot 6^{-1} = 6^{-1}$ $a^0 \cdot b^{\pm n} = b^{\pm n}$

8) $5^3 \cdot 4^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = (5 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 4) = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 20^3$ $a^n \cdot b^n = a \cdot b^n$

Udfordringen

a. $\left((4^{-3})^{-2}\right)^{-1} = \left(\left(\frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4}\right)^{-2}\right)^{-1} = \left(\left(\frac{1}{64}\right)^{-2}\right)^{-1} = \left(\frac{64 \cdot 64}{1}\right)^{-1} = \left(\frac{4096}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{4096}$

b. $\left((1^{-4})^{-3}\right)^{-2} = 1$

Guldgraverne side 40 -41

Opgave 1

a. fx: 10+40+10+40 (40m²) 25+25+25+25 (625m²) 20+30+20+30 (600m²)

b. Det har det kvadratiske.

c. –

Opgave 2

a. $\sqrt{800} = 28,28427125... \approx 28,28$ m

b. $\sqrt{800}$ Når der omregnes til decimaltal er man nødt til at afrunde.

Opgave 3

a. $\frac{1}{4}$ af 800 m² = 200 m². Hvis stykket er kvadratisk giver det en sidelængde på $\sqrt{200}$

b. Siden af det store kvadrat er $\sqrt{800}$ hvilket er det samme som 2 af siderne på de små kvadrater.

Dvs. at $\sqrt{200} + \sqrt{200} = 2 \cdot \sqrt{200} = \sqrt{800}$

eller da 2 kan skrives som $\sqrt{4}$ fås $\sqrt{4} \cdot \sqrt{200} = \sqrt{4 \cdot 200}$

c. $\sqrt{200} = \sqrt{2 \cdot 100} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{100}$. Det betyder at 2· $\sqrt{200}$ = 2· $\sqrt{2} \cdot \sqrt{100}$

d. $\sqrt{100}$ = 10. Det betyder at $2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{100} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 20 \cdot \sqrt{2}$

Opgave 4

a. Omkreds = $\sqrt{200} + \sqrt{200} + \sqrt{200} + \sqrt{200} = 4 \cdot \sqrt{200}$

b. $4 = \sqrt{16}$ dvs. at $4 \cdot \sqrt{200} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{200} = \sqrt{16 \cdot 200} = \sqrt{3200}$

c. $4 \cdot \sqrt{800} = \sqrt{16 \cdot 800} = \sqrt{12800}$

Opgave 5

a. $3 \cdot \sqrt{800} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{800} = \sqrt{7200}$

b. Hele længden på $\sqrt{20\,000}$ deles i længder af $\sqrt{800}$

c. $\frac{\sqrt{20\,000}}{\sqrt{800}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 100 \cdot 100}}{\sqrt{2 \cdot 4 \cdot 100}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}} \cdot \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}} = \frac{10}{2} = 5$

d. $\sqrt{\frac{20\,000}{800}} = \sqrt{\frac{200}{8}} = \sqrt{25} = 5$

Opgave 6

a. Det store kvadrat har sidelængden $\sqrt{800}$ herfra trækkes sidelængden på det lille kvadrat $\sqrt{300}$

b. 10,96 ≠ 22,36

c. Areal af rektangel:

$\sqrt{300} \cdot (\sqrt{800} - \sqrt{300}) = \sqrt{300} \cdot \sqrt{800} - \sqrt{300} \cdot \sqrt{300} =$

$\sqrt{300 \cdot 800} - 300 = \sqrt{240000} - 300 = 100\sqrt{24} - 300 \approx 189{,}9\text{m}^2$

Areal af lille kvadrat:

$(\sqrt{800} - \sqrt{300}) \cdot (\sqrt{800} - \sqrt{300}) =$

$\sqrt{800} \cdot \sqrt{800} - \sqrt{300} \cdot \sqrt{800} - \sqrt{300} \cdot \sqrt{800} + \sqrt{300} \cdot \sqrt{300} =$

$800 + 300 - 2 \cdot \sqrt{240000} = 1100 - 200\sqrt{24} \approx 120{,}2\text{m}^2$

Udfordringen

a. Der er tre dimensioner i rumfangsberegning. x^3 = 800, det må give X = $\sqrt[3]{800}$

b. 2·2·2 = 8 dvs. at $\sqrt[3]{8} = 2$

$\sqrt[3]{800} = \sqrt[3]{8 \cdot 100} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{100} = 2 \cdot \sqrt[3]{100}$

c. $A = \sqrt[3]{800} \cdot \sqrt[3]{800} = \sqrt[3]{640\,000} = \sqrt[3]{64 \cdot 10 \cdot 1000} =$

$\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{1000} = 4 \cdot \sqrt[3]{10} \cdot 10 = 40 \cdot \sqrt[3]{10}$

Breddeopgaver side 50 – 52

Opgave 1

a. 7017 **b.** 3 000 500 **c.** 7040

Opgave 2

a. 0,3 **b.** 1,9 **c.** 3,1 **d.** 0,1

Opgave 3

a. fx: $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{10}{15}, \ldots$

Opgave 4

a. $\frac{9}{23}$ **b.** $\frac{2}{3}$ **c.** $\frac{11}{35}$

Opgave 5

a. primtal **b.** sammensat tal **c.** sammensat tal

d. primtal **e.** sammensat tal **f.** primtal

Opgave 6

a. $2^4 \cdot 23$ **b.** 2^8 **c.** $3 \cdot 5 \cdot 29$

Opgave 7

a. 4356 **b.** 55125

Opgave 8

$\frac{8}{24}$ $\frac{18}{24}$ $\frac{20}{24}$ $\frac{24}{24}$ $\frac{28}{24}$

a. |---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---

0 $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ **1** $\frac{7}{6}$

Opgave 9

a. $\frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{5}{12}$ **b.** $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{3}{6}, \frac{3}{4}$ **c.** $\frac{7}{6}, \frac{4}{3}, \frac{14}{10}, 1\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{8}{6}, \frac{7}{5}, 1\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}$

Opgave 10

a. $\frac{36}{60}$

Opgave 11

a. fx: $\frac{11}{15}$

Opgave 12

a. $\frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$ **b.** $-\frac{1}{13}$ **c.** $6\frac{3}{4}$ **d.** $\frac{0}{11} = 0$

Opgave 13

a. $\frac{3}{10}$ **b.** $\frac{4}{9}$ **c.** $\frac{2}{10}$ **d.** $\frac{37}{60}$

e. $16\frac{1}{4}$ **f.** $3\frac{2}{3}$

Opgave 14

a. $\frac{5}{14}$ **b.** $\frac{4}{8}$

Opgave 15

a. $\frac{1}{9}$ **b.** $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ **c.** $2\frac{13}{16}$ **d.** 2

e. 55 kr. **f.** 10

Opgave 16

a. 8 **b.** 50 **c.** 20 **d.** $\frac{1}{8}$

e. $\frac{1}{50}$ **f.** $\frac{1}{20}$

Opgave 17

a. 8000 flasker

Opgave 18

a. 83,33 kr. **b.** 10 m **c.** 6,3 L **d.** 0,105

Opgave 19

a. 3,37 **b.** 150,63 **c.** 512,7 **d.** –

Opgave 20

a. 0,26 **b.** 2,31 **c.** 6,33

Opgave 21

a. 0,375 **b.** ≈ 0,33 **c.** ≈ 0,46

Opgave 22

a. 0,099 0,188 0,281 0,29 0,3

Opgave 23

a. fx: 3,124512451245…

Opgave 24

a. 3,26 **b.** 6,84 **c.** 0,02 **d.** 4,82

Opgave 25

a. 10,5 kr. **b.** 108 kr. **c.** 155 kr.

Opgave 26

a. 1 del + 2 dele + 3 dele = 6 dele i det hele. Cement udgør $\frac{1}{6}$ af det hele.

b. Det hele = 3 m^3 deles i 6 dele. En del = 0,5 m^3.
Det giver: Cement = 0,5 m^3. Sand = 1 m^3. Sten = 1,5 m^3.

Opgave 27

a. 0,004 **b.** 0,026 **c.** 0,00015

Opgave 28

a. $9 \cdot 10^{-4}$ **b.** $5 \cdot 10^{-4}$ **c.** $3{,}96 \cdot 10^{-6}$

Opgave 29

a. 66 800 000 **b.** 1 020 **c.** 0,8 **d.** 2,3
e. 0,023 **f.** 0,02

Opgave 30

a. 0,95 **b.** 10,6 **c.** 5,07 **d.** 9
e. 0,24 **f.** 250 **g.** 30,2 **h.** 0,6
i. 2,5

Opgave 31

a. 199 **b.** 85 **c.** 27,1

Opgave 32

a. -10 **b.** -27 **c.** -27 **d.** 154
e. – 1032 **f.** -277

Opgave 33

a. -35 **b.** 40 **c.** 4 **d.** -51
e. 22,5 **f.** 1

Opgave 34

a. 103 **b.** -70 **c.** 32 **d.** 0
e. -24

Opgave 35

a. 3^5 **b.** 12^5

Opgave 36

a. 256 **b.** 729 **c.** 32

Opgave 37

a. 10^5 **b.** 10^{10} **c.** 10^8 **d.** 10^7

Opgave 38

a. 12 **b.** 43 300 000 **c.** 1007,4

Opgave 39

a. 4^4 **b.** 5^9 **c.** 7^4 **d.** -3^7
e. $0{,}5^6$

Opgave 40

a. 5^2 **b.** 1 **c.** 7^{-6} **d.** 2

Opgave 41

a. -116 **b.** 4015 **c.** 56 **d.** 2035
e. 0,21

Opgave 42

a. 5^4 **b.** -7^3

Opgave 43

a. 5^2 **b.** 5^2 **c.** 5^1 **d.** 5^4

Opgave 44

a. 2^2 **b.** 5^3 **c.** 3^{-1} **d.** 10^1
e. 10^0 **f.** 10^{-2} **g.** 1 **h.** 10^1

Opgave 45

a. 1 953 125 **b.** 16 **c.** $\frac{1}{256}$ **d.** 1 048 576

Opgave 46

a. 4 **b.** 9 **c.** 81

Opgave 47

a. 4 **b.** 12 **c.** 90

Opgave 48

a. 1,41 **b.** 11,96 **c.** 1,58

Opgave 49

a. $3\sqrt{3} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{9\cdot 3} = \sqrt{27}$

b. $4\sqrt{4} = \sqrt{16}\cdot\sqrt{4} = \sqrt{64} = 8$ eller $4\sqrt{4} = 4\cdot 2 = 8$ **c.** $2\sqrt{5} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{20}$

Opgave 50

a. $\frac{2}{3}$ **b.** $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ **c.** $2\frac{3}{4}$

d. $\frac{2\sqrt{4}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2\cdot\sqrt{2}}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ **e.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Opgave 51

a. $10\sqrt{3}$ **b.** $5\sqrt{15}$ **c.** $6\sqrt{3}$

Opgave 52

a. 3 **b.** 5 **c.** 7 **d.** 12

e. -3 **f.** -13

Opgave 53

a. 16 **b.** $\sqrt{4000} = 20\sqrt{10}$ **c.** $6\sqrt{10}$ **d.** $20\sqrt{80} = 80\sqrt{5}$

Opgave 54

a. 6 **b.** $\sqrt{0{,}5}$ **c.** $\sqrt[4]{8}$ **d.** $\sqrt[3]{5}$

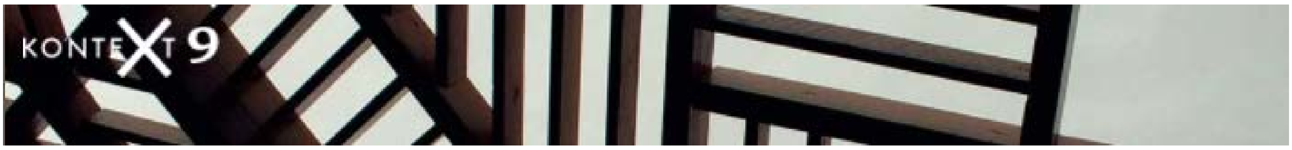
e. $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$

Opgave 55

a. 1000

Opgave 56

a. $\frac{1}{3}$



Facit til

KonteXt+ 9, Kernebog

Kapitel 3: Data og chance

Facitlisten er en del af KonteXt +9; Lærervejledning/Web
Forfattere: Bent Lindhardt, Niels Jacob Hansen, Mette Christensen og Lars Busch Johnsen
Ekstern redaktør: Bent Lindhardt
Forlagsredaktion: Susanne Schulian

- et forlag under Lindhardt og Ringhof A/S, Egmont
1. udgave, 1. oplag 2017

www.alinea.dk

Karakterer - side 58 - 59

Opgave 1

a. 27

b. Mindsteværdi: 2, Størsteværdi: 12, Variationsbredden: 12 - 2 = 10

c. 7,037

Opgave 2

a. 2, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 10, 10, 10, 10, 10, 12, 12, 12

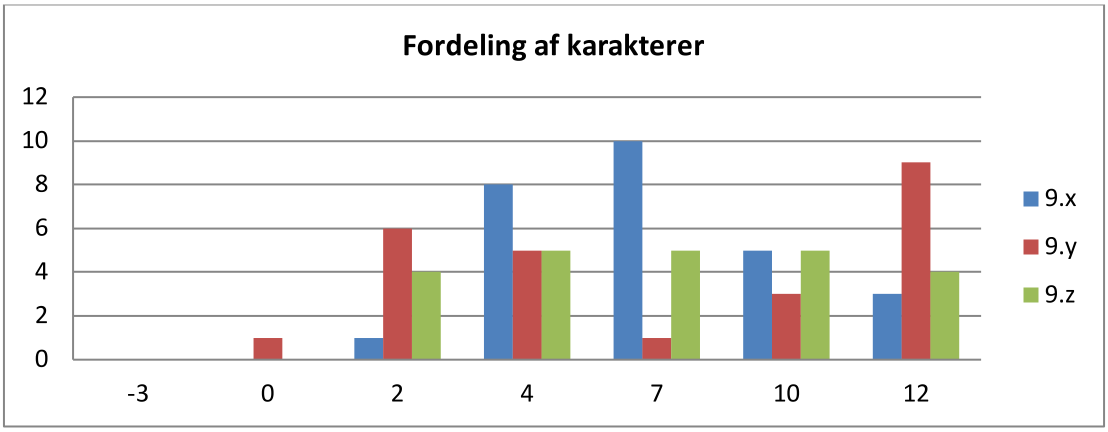
b. 7

c. 7

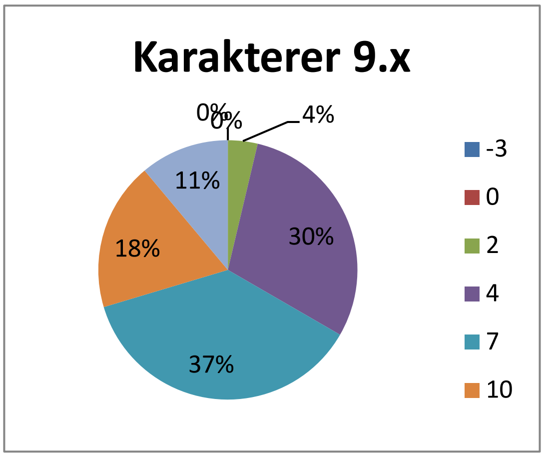
Opgave 3

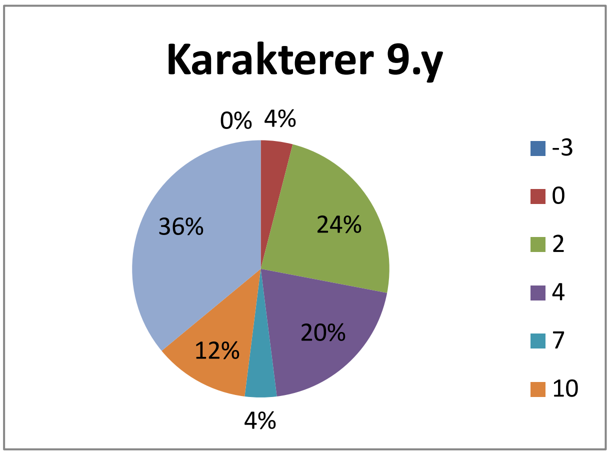
a. 9.y, Middeltal: 7,08, Median: 7, Typetal: 12
   9.z, Middeltal: 7, Median 7, Typetal 4, 7 og 10.

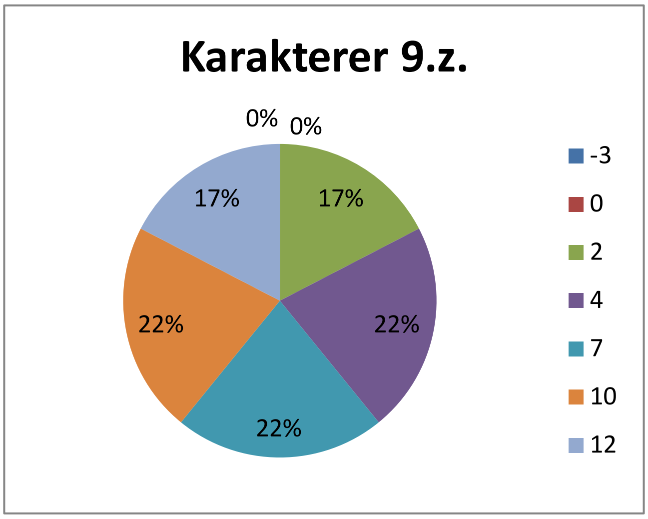
b.



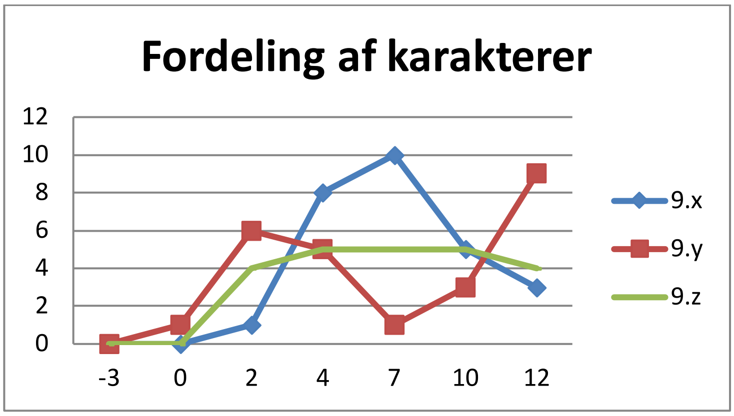
c.

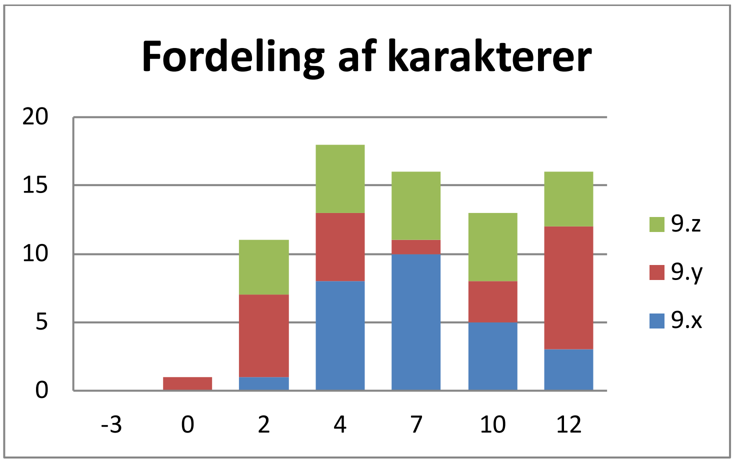





Karakterer 9.z.
0%
0%
17%
17%
22%
22%
22%
-3
0
2
4
7
10
12

d. Forslag:


Fordeling af karakterer
12
10
8
6
4
2
0
-3
0
2
4
7
10
12
9.x
9.y
9.z


Fordeling af karakterer
20
15
10
5
0
-3
0
2
4
7
10
12
9.z
9.y
9.x

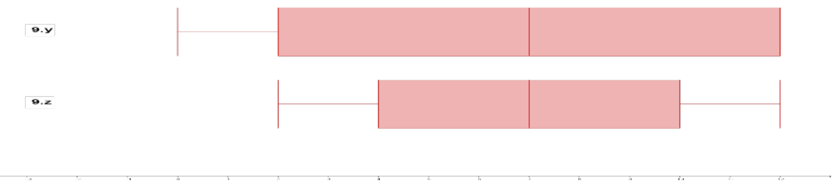
e. -

Opgave 4

a.

b. Mindsteværdi, 1. kvartil, 2. kvartil/median, 3. kvartil og størsteværdi.

c.



Opgave 5

9.x. Kan beskrives som en klasse, der har en stor middelgruppe af elever og ikke ret mange som er meget fagligt svage eller meget fagligt stærke. 9.y kan beskrives som en klasse med en stor gruppe elever som er fagligt svage og en stor gruppe som er fagligt stærke og ikke ret mange middel elever. 9.z er en klasse med næsten lige mange elever fordelt grupperne fra de fagligt svage til de fagligt stærke. Selvom deres middeltal og median næsten er ens, er forskellene klasserne i mellem meget store.

Opgave 6

Søjlediagrammet viser en kurve med få fagligt svage elever - mange middel elever og færre fagligt stærke elever. 9.x er den klasse som bedst kan sammenlignes med landsresultatet. 9.y er den som dårligst kan sammenlignes med landsresultatet. 9.y's fordeling er nærmest modsat. I 9.z. er alle grupperne næste ens i størrelsen, derfor er det heller ikke nogen god sammenligning.

Udfordringen

a.

Gruppe 1: 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 5, 5

Gruppe 2: 1, 1, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 5, 5, 5

Gruppe 3: 1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4, 4, 5, 5

b. Hvis middeltallet er større end medianen indeholder datasættet mange små observationer og færre store observationer.

Ungdommen nu til dags - side 60 - 61

Opgave 1

a. Grafen som TV Plus viser, giver indtryk af en dramatisk stigning. Grafen som TV Din stemme viser, giver indtryk af en ubetydelig stigning.

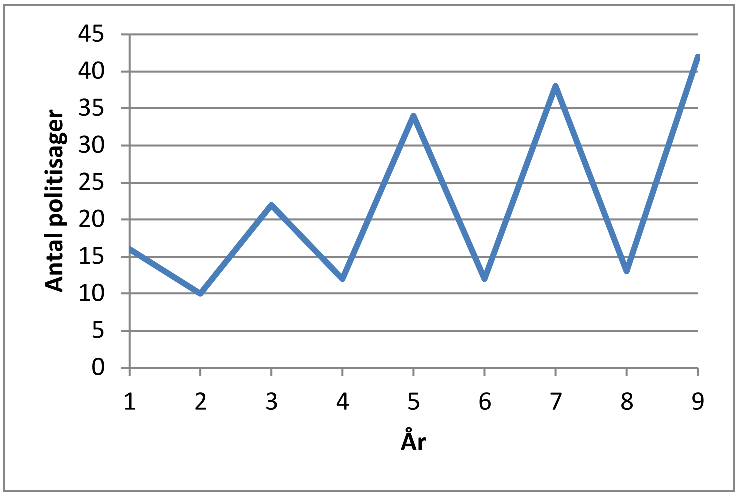
b. De to TV kanaler har valgt forskellige år. X- og Y-aksernes inddeling er forskellige.

Opgave 2

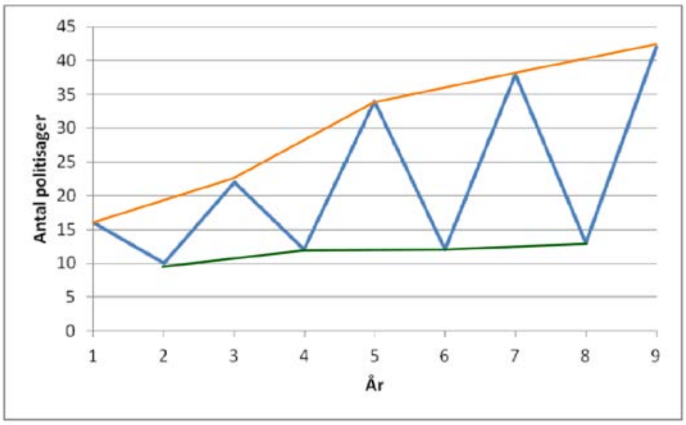
a.

År	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Antal politisager	16	10	22	12	34	12	38	13	42

b.



c.



Den orange linje viser det datasæt som TV Plus benytter, som indeholder de ulige år. Den grønne linje viser det datasæt som TV Din stemme benytter, som indeholder de lige år.

Den blå linje viser alle årene i datasættet. Når de tre linjer sammenlignes, kan man se effekten af, hvordan udvalget af data kan spille en stor rolle.

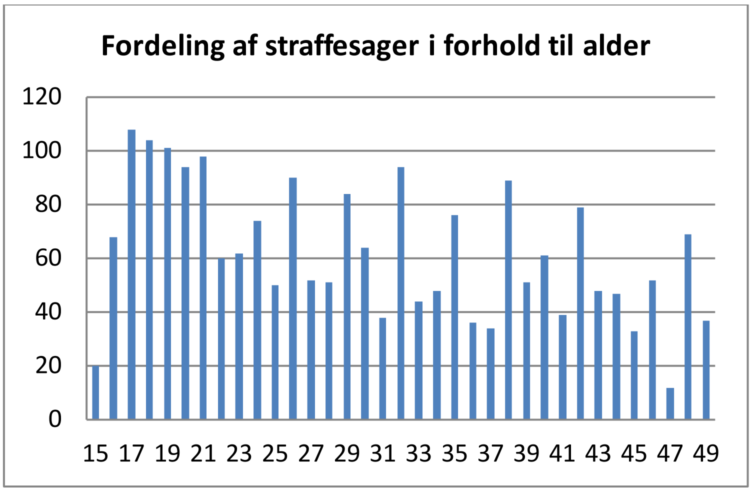
Opgave 3

a. Middeltal, TV Plus: 30,4 - Middeltal, TV Din stemme: 11,75

b. Middeltal med udgangspunkt i hele datasættet: 22,1

Opgave 4

a.



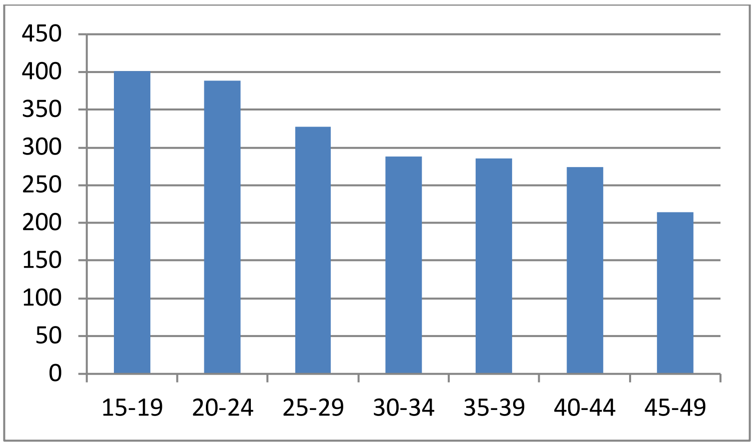
b. Der er mange straffesager hos de yngste og færre hos de ældste.

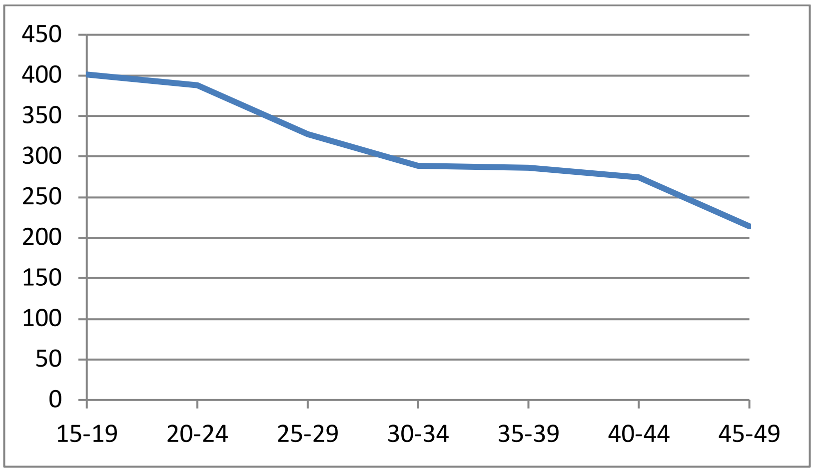
Opgave 5

a.

Alder	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	I alt
Hyppighed	401	388	327	288	286	274	214	2178
Frekvens	18%	18%	15%	13%	13%	13%	10%	100%

b. Forslag:





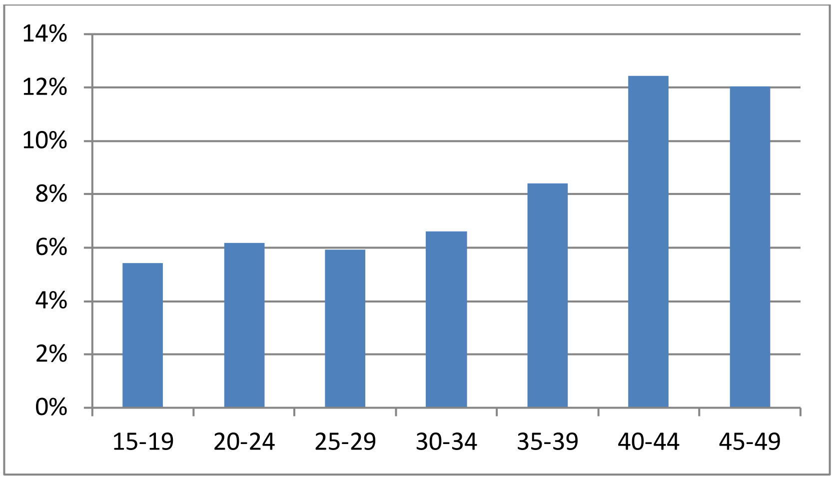
c.
Tabellen og diagrammerne viser, at antallet af straffesager er højest hos de yngste og falder stødt, indtil det er nærmest halveret hos den ældste gruppe.

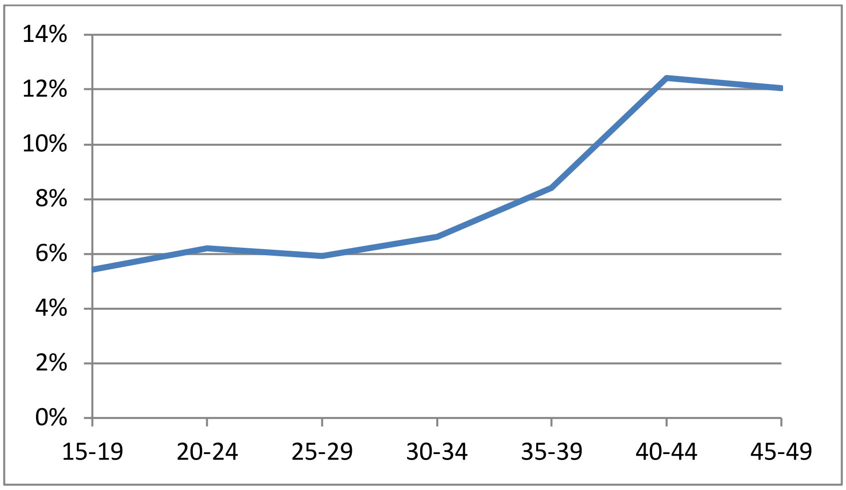
Opgave 6

a.

Alder	**15-19**	**20-24**	**25-29**	**30-34**	**35-39**	**40-44**	**45-49**
Hyppighed	401	388	327	288	286	274	214
Antal borgere	7400	6264	5512	4352	3396	2206	1775
Straffesager/borger (afrundet)	5%	6%	6%	7%	8%	12%	12%

b. Forslag:





c. Tabellen og diagrammerne viser, at kriminaliteten er stigende fra 5% hos de yngste til mere end det dobbelt hos de ældste, hvis man tager den procentvise andel.

Udfordringen

Hvis man kigger på tallene, ud fra den samlede befolkning vil det være mest fair at tale om en frekvensfordeling, som tager højde for om antallet, i dette tilfælde straffesagerne, er ud af en stor eller en lille befolkningsgruppe.

Hvis man derimod kigger på tallene, ud fra hvem de kriminelle er (som politibetjent, dommer, fængselsbetjent, …), så vil det være mest rigtigt, at beskrive det, som TV Plus har gjort. En dommer vil møde dobbelt så mange fra den yngste befolkningsgruppe, i forhold til den ældste befolkningsgruppe.

Når der er fart på! - side 62 - 63

Opgave 1

a.

	Frontalt sammenstød	Påkørsel af fodgænger
80 km/t	$\frac{3}{10}$ = 30%	$\frac{6}{10}$ = 60%
90 km/t	$\frac{6}{10}$ = 60%	$\frac{8}{10}$ = 80%
100 km/t	$\frac{8}{10}$ = 80%	$\frac{9}{10}$ = 90%

b. Frontalt sammenstød med 80 km/t.

c. Påkørsel af fodgænger med 100 km/t.

d. Forslag til betjent Larsens svar: "Risikoen for at omkomme er større, jo højere farten er, ligegyldigt om du selv er i bil eller ikke selv er i bil."

Opgave 2

a. Gustav har ret, hvis man betragter risikoen ved frontalt sammenstød. Her stiger andelen af omkomne fra $\frac{3}{10}$ til $\frac{6}{10}$, altså en fordobling.

b. Frontalt sammenstød: Forøgelsen fra $\frac{6}{10}$ til $\frac{8}{10}$ giver en forøgelse på 2/10. Det svarer til en forøgelse på $\frac{2}{10} : \frac{6}{10}$ eller $\frac{1}{3}$ eller 33,33%

Påkørsel af fodgænger svarer til en forøgelse på $\frac{1}{8}$ eller 12,5%.

Opgave 3

a. Udviklingen har været stødt stigende fra 1950 til 1970. Fra 1970 til nu har udviklingen været faldende med mindre stigninger undervejs.

b. 1965 - 1973

c. Fra 1973 til 1974.

Opgave 4

a. I 2015 er der ca. 200 trafikdræbte. Lidt mere præcist vil være ca. 175 trafikdræbte.

Aflæses antallet til ca. 200 svarer 600% til 1200 og dermed på året 1970.

Aflæses antallet til ca. 175 svarer 600% til 1050 hvilket passer cirka til årene 1967 - 1973 - så betjenten har ret

b. Aflæst 1970: 1200 og 1974: 750. Det svarer til et fald på ca 450. Relativt er det 450/1200 eller ca. 38%.

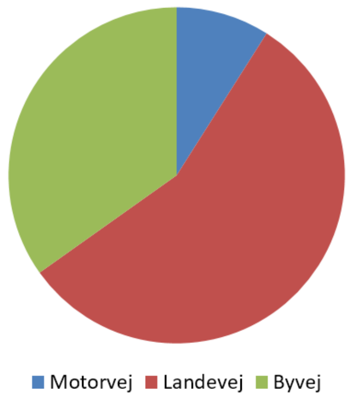
Opgave 5

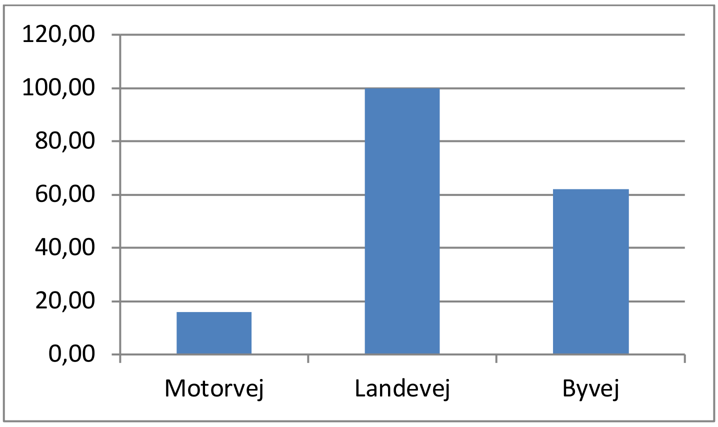
-

Opgave 6

a. Motorvej: 9%, Landevej: 56% og Byvej: 35%

b.





c. I dette tilfælde har cirkeldiagrammet den fordel, at det er tydeligt, at det er en fordeling af ”det hele”, som er fordelt på tre kategorier. Forskellene er så store her, at det giver et klart billede af de forskellige kategorier i forhold til hinanden. Det er f.eks. tydeligt at kategorien landevej er mere end 50% og at motorvej er en meget lille andel.

Avisen undersøger - side 64 - 67

Opgave 1

a. 60%

b. Nej, dem hun spørger kommer med toget eller bus, hun spørger således ikke personer med egen bil. Man kan også antage af dem som kommer med tog/bus om eftermiddagen har arbejde eller er studerende, hun spørger således heller ikke personer som ikke er i arbejde.

Opgave 2

a.

	Stationen	Butikscenteret
Ja	82	119
I alt	136	252
Andel "ja"	$\frac{82}{136}$ eller 60%	$\frac{119}{252}$ eller 47%

b. Det er forskellige persongrupper hun møder. I butikscenteret ved middagstid møder hun f.eks. ikke de personer som er på arbejde eller studerer. Man kan derfor antage, at dem som Sofie møder ved middagstid i butikscenteret har lidt bedre tid og ikke så ofte benytter sig af at købe pizza med hjem, hvilket de 121 "ved ikke" svar også kan være en indikation for.

c. Fordi der er tale om to forskellige stikprøver med hvert sit antal.

Opgave 3

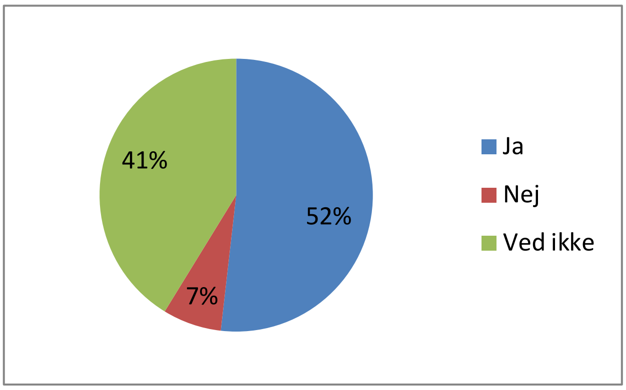
a. Nej, det ville ikke være retvisende.

b. Forslag: "Kun få kunder er ikke tilfredse med Alfredos pizzaer" - "Høj kundetilfredshed hos Alfredo".

Opgave 4

a. Hun inddrager kun de tal, hvor man enten har svaret ja eller nej. Begge "ja" kategorier svarer til $\frac{221}{228} \approx 88\%$. Begge "nej" kategorier svarer til $\frac{27}{228} \approx 12\%$

b. Forslag: "Langt under 10% er utilfredse med Alfredos".



Opgave 5

a. 315

b. For Arena: 192 - for ældrecenter: 123

c. **Byrådet:** De tænker på, hvilken gruppe af borgere de helst vil tilgodese og måske også på, hvor de kan opnå flest stemmer, næste gang der er kommunalvalg. **Badmintonklubben:** Det vil komme dem selv til gode, nogle få tænker på de ældre beboere, som ikke har meget indflydelse selv. **Ældrecenteret:** Det vil komme dem selv til gode, hvis det blev ældrecenteret. De få som stemmer på arenaen har måske børn/børnebørn, som benytter arenaen meget og vil gerne tilgodese dem. **Butiksindehaverne:** Det kan handle om, at de selv har mere interesse i arenaen end i ældrecenteret. Det kan også handle om, at hvis der er en attraktiv sportsarena kommer der flere store sportsarrangementer til byen og det giver muligvis flere kunder i butikkerne. **Lægehuset:** Det er sundhedsfagligt personale, som godt kan se fordelene ved, at forbedre Arenaen og dermed muligheden for motion. Samtidig kan de også godt se fordelene ved at de ældre, trives i ældrecenteret.

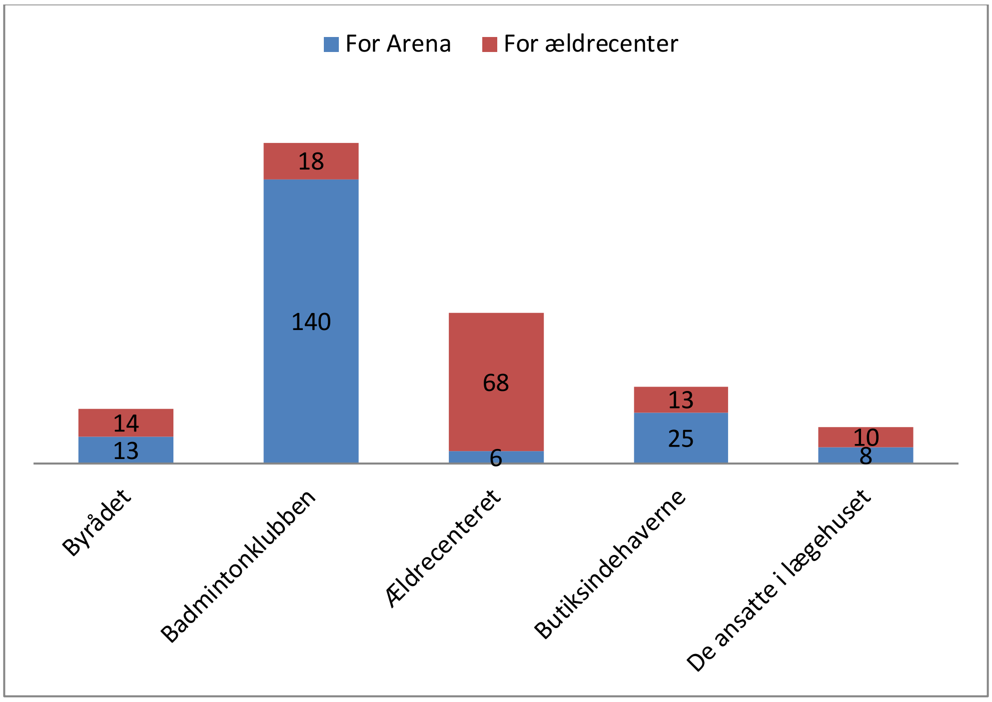
Opgave 6

a.

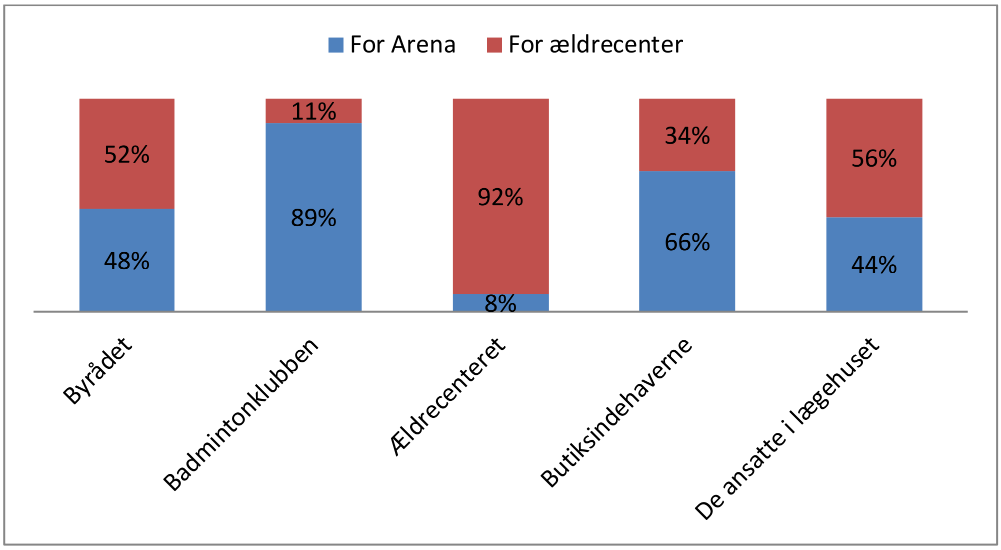
	For Arena	For ældrecenter	Antal adspurgte
Byrådet	48%	52%	100%
Badmintonklubben	89%	11%	100%
Ældrecenteret	8%	92%	100%
Butiksindehaverne	66%	34%	100%
De ansatte i lægehuset	44%	56%	100%

b.

Antal af svar:



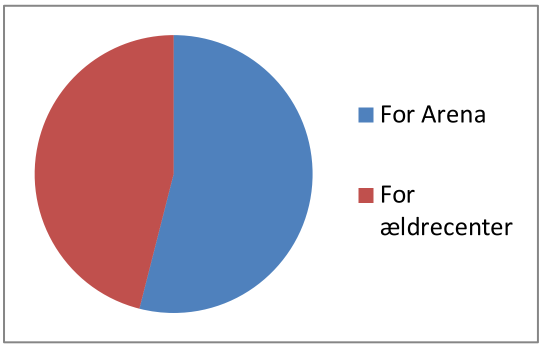
Procentvis fordeling:

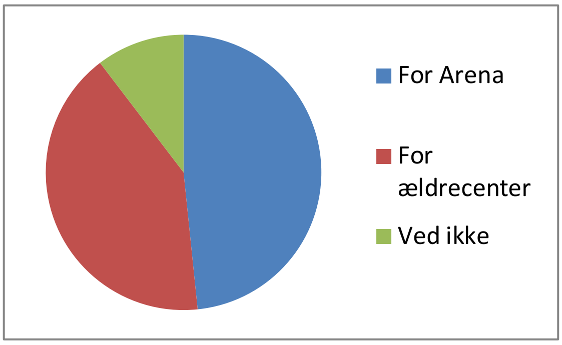


c. -

Opgave 7

a./ b.





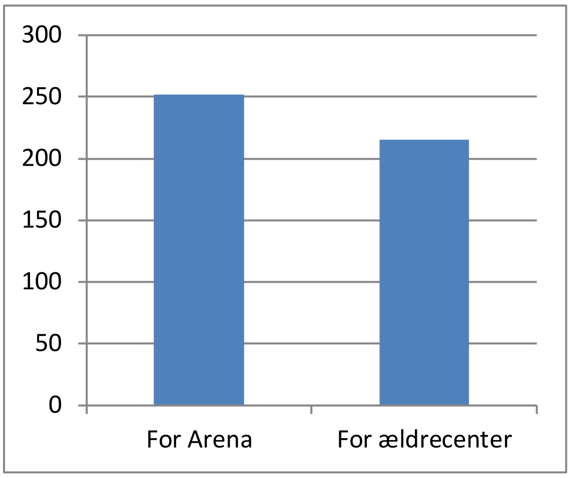
c. Man kan svare ”ja” til Peters spørgsmål, hvis man kun tager de to kategorier ”for arena” og ”for ældrecenter” med. Man kan ikke svare ”ja” til Peters spørgsmål, hvis man også inkluderer kategorien ”ved ikke”.

d. Stikprøver er altid forbundet med usikkerhed. Derfor er det vigtigt, at en stikprøve er repræsentativ, altså at stikprøven svarer til en ”mini” befolkningsgruppe. Ellers må man være meget opmærksom på, hvem og/eller hvor mange der er spurgt, det kan have stor indflydelse.

Opgave 8

a. Den valgte grafik viser kun ”toppen” af diagrammet, y-aksen har begyndelsesværdi på 190. Derfor ser forskellen meget mere dramatisk ud, end hvis y-aksens begyndelsesværdi havde været 0. Den tredimensionelle grafik understøtter yderligere det dramatiske.

b.



Opgave 9

a.

	For Arena	For ældrecenter	Ved ikke	Antal adspurgte
	252	215	54	521
Procentvis	48%	41%	10%	100%

Med en usikkerhed på ± 5 procentpoint, kan ”for arena” befinde sig i intervallet 43%-53% og ”for ældrecenter” kan befinde sig i intervallet 36%-46%. Begge svar kan altså befinde sig i intervallet fra 43%-46%.

Opgave 10

a. 3250 personer

Opgave 11

a. Forslag fra simulering:

	Gæt
For arena	48%
For ældrecenter	45%
Ved ikke	7%
I alt	100%

Antal vælgere	250	(højst 10.000)

Meningsmåling	Antal	Andel
For arena	139	56%
For ældrecenter	96	38%
Ved ikke	15	6%
I alt	250	100%

b. Svar på baggrund af fortaget simulering.

c. Foretag simulering.

d. Undersøg ved simulering.

Opgave 12

a. Undersøg ved simulering.

Opgave 13

a. Usikkerheden bliver mindre.

b. Resultatet er afhængig af den konkrete simulering.

Udfordringen

a. Fortag undersøgelse.

b. Resultatet er afhængig af den konkrete simulering.

Odds med terninger - side 68 - 69

Opgave 1

a.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)
7	(7,1)	(7,2)	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)
8	(8,1)	(8,2)	(8,3)	(8,4)	(8,5)	(8,6)
9	(9,1)	(9,2)	(9,3)	(9,4)	(9,5)	(9,6)
10	(10,1)	(10,2)	(10,3)	(10,4)	(10,5)	(10,6)

b. Sandsynligheden for hvert slag er lige stor, hvis vi betragter det som ordnede par.

Opgave 2

a.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12
7	8	9	10	11	12	13
8	9	10	11	12	13	14
9	10	11	12	13	14	15
10	11	12	13	14	15	16

b. Der er forskellig sandsynlighed for de enkelte udfald.

Opgave 3

a. P(5) = $\frac{4}{60}$ eller $\frac{1}{15}$ b. P(≤5) = $\frac{1}{6}$

Opgave 4

a. 2

b. Når odds, i et retfærdigt spil kan beskrives som: $Odds \cdot sandsynlighed = 1$ kan vi omskrive således:

$$Odds \cdot sandsynlighed = 1 \Rightarrow \frac{odds \cdot sandsynlighed}{sandsynlighed} = \frac{1}{sandsynlighed} \Rightarrow odds = \frac{1}{sandsynlighed}$$

c. Sandsynligheden for både krone og krone, beregnes som $0{,}5 \cdot 0{,}5$.

d. $\frac{1}{0{,}5 \cdot 0{,}5} = 4$

Opgave 5

a.

Sum	Hyppighed	Sandsynlighed	Odds
2	1	0,01667	60
3	2	0,03	30
4	3	0,05	20
5	4	0,07	15
6	5	0,08	12
7	6	0,1	10
8	6	0,1	10
9	6	0,1	10
10	6	0,1	10
11	6	0,1	10
12	5	0,08	12
13	4	0,07	15
14	3	0,05	20
15	2	0,03	30
16	1	0,02	60
	60		

b. Store odds er ensbetydende med lille sandsynlighed.

Opgave 6

a. 60 jetoner. Summen 2 har odds 60, fordi $\frac{1}{60} \cdot 60 = 1$

b. 10 jetoner. Summen 9 har odds 10, fordi $\frac{1}{10} \cdot 10 = 1$

Udfordringen

a. P(sum lige tal) = $\frac{1+3+5+6+6+5+3+1}{60} = \frac{1}{2}$, odds(sum lige tal)= $\frac{1}{0{,}5} = 2$

b. P(sum 9 $\vee$ 10)= $\frac{6+6}{60} = \frac{1}{5}$, odds (sum 9 $\vee$ 10)= $\frac{1}{0{,}2} = 5$

Hvad er koden? - side 70-71

Opgave 1

a. 10 b. 10 c. 10^4 eller 10 000

Opgave 2

a. 9990 b. 9000

Opgave 3

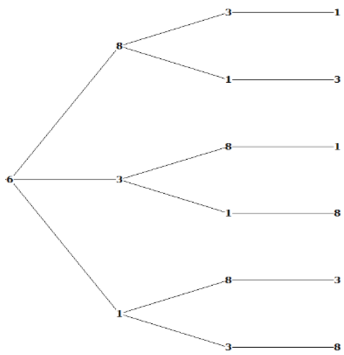
a. 3^4 eller 81 b. -

Opgave 4

a. 10 b. 9 c. 5040

Opgave 5

a. 24 b. 6 c.



Opgave 6

a. Fordi han taster 1 ud af 10 000 muligheder. b. $\frac{1}{5040}$ c. $\frac{1}{24}$ d. $\frac{1}{6}$

Udfordringen

Det er afgørende at man inden er enig om den situation der tænkes i er en opfølgning på de valg der gjort tidligere - altså at det kun er 6, 8, 3 og 1 som cifre der indgår.

Bemærkningen ”og en af de andre er cifret 3” bør slettes idet det jo er givet på forhånd.

a. Hvis den første er 8 er der seks kombinationsmuligheder. Hvis den første er 8 er der også seks kombinationsmuligheder. Det giver samlet 12 kombinationsmuligheder - altså er sandsynligheden 1/12 for, at et tilfældigt forslag kan være den rigtige kode.

b. Her er der kun 4 muligheder - altså er sandsynligheden ¼ for et tilfældigt forslag er det rigtige.

Fem brikker og en mønt - side 72

NB: Rettelse til opgaveteksten i 1. udg. 1. oplag

”Sådan spiller man

Dealeren fordeler de frem brikker i de to poser, så der er mindst en brik i hver af de to poser. Hvis mønten viser plat, trækker spilleren en brik fra pose A, hvis den viser krone, trækker hun en brik fra pose B.”

1

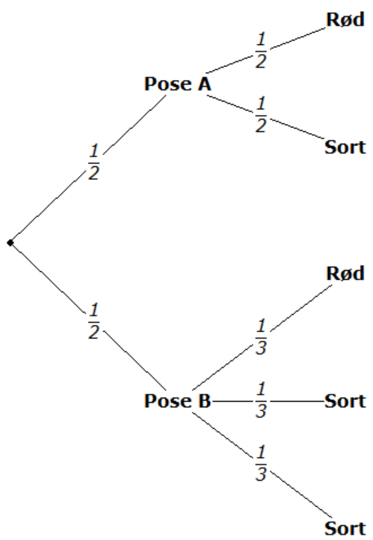
a. Undersøgelse

b. Beskrivelse på baggrund af undersøgelse

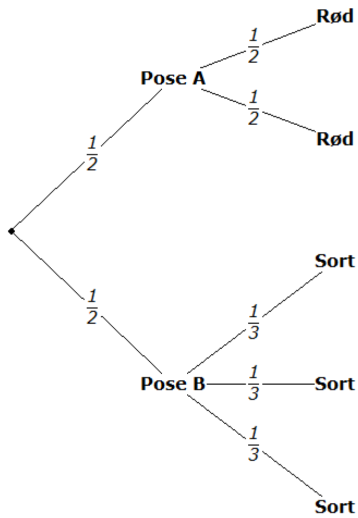
2.

a.

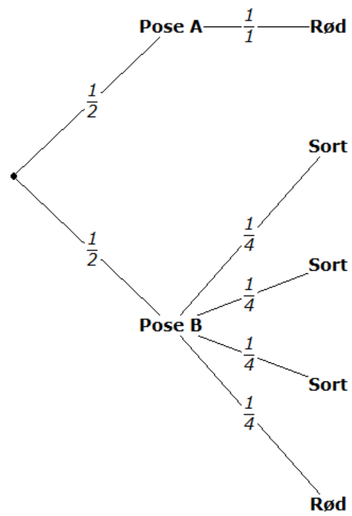
Mulighed 1:



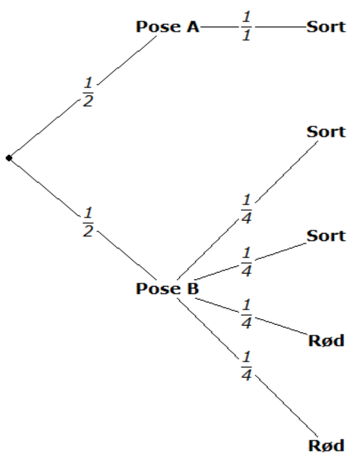
Mulighed 2:



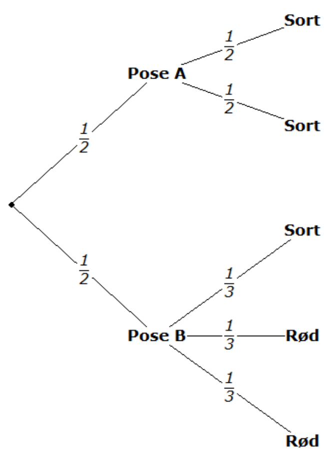
Mulighed 3:



Mulighed 4:



Mulighed 5:



b.

	Plat	Sandsynlighed for rød i Pose A	Krone	Sandsynlighed for rød i Pose B	Sandsynlighed for rød i fordelingen:
Mulighed 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}$
Mulighed 2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	0	$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot 0\right)=\frac{1}{2}$
Mulighed 3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{8}$
Mulighed 4	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\left(\frac{1}{2}\cdot 0\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{4}\right)=\frac{1}{4}$
Mulighed 5	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\left(\frac{1}{2}\cdot 0\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$

Fordeling 3 giver således størst sandsynlighed for at trække en rød.

Flipped bottle - side 75

2

a./b./c. Forslag til mulige værdier:

	Antal	Andel
På bunden	**18**	72%
På siden	**4**	16%
På låget	**3**	12%
I alt	**25**	100%

Breddeopgaver - side 80-84

1

a. 9 b. 0 c. 1,7

2

a. Fx 3, 2, 2, 7, 6, 4

3

a. Fx 0, 1, 3, 3, 4, 4, 4, 5

4

a. FX]- ; 155],]155;160],]160;165],]165;170],]170;175],]175;180],]180;185],]185; -]

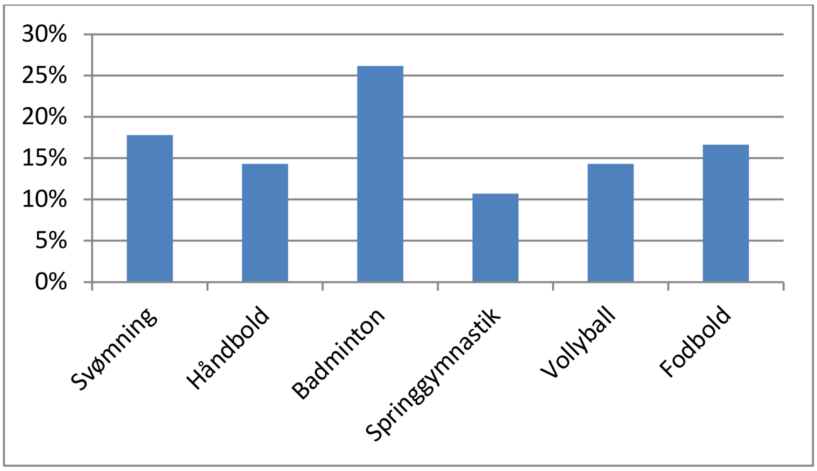
5

a. 14

b.

Svømning	18%	Springgymnastik	11%
Håndbold	14%	Vollyball	14%
Badminton	26%	Fodbold	17%

c.



6

a. FX Rød, Gul, Gul, Grøn *eller* Pige, Dreng, Dreng, Pige, Dreng *eller* Bil, Cykel, Cykel, Cykel, Bil, Cykle

7

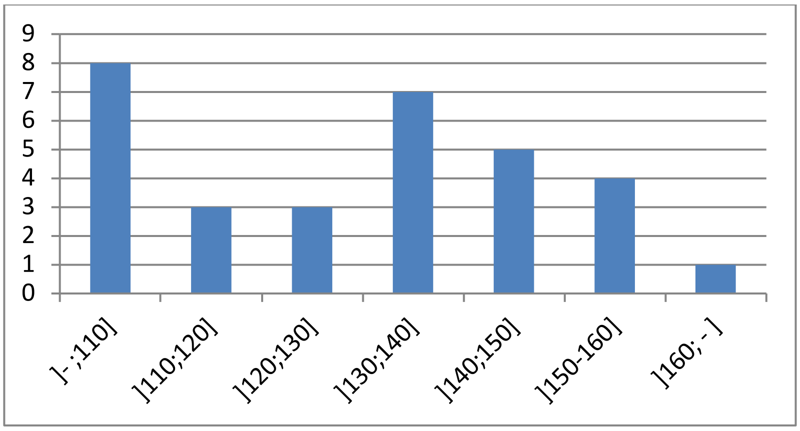
a. 9.x

8

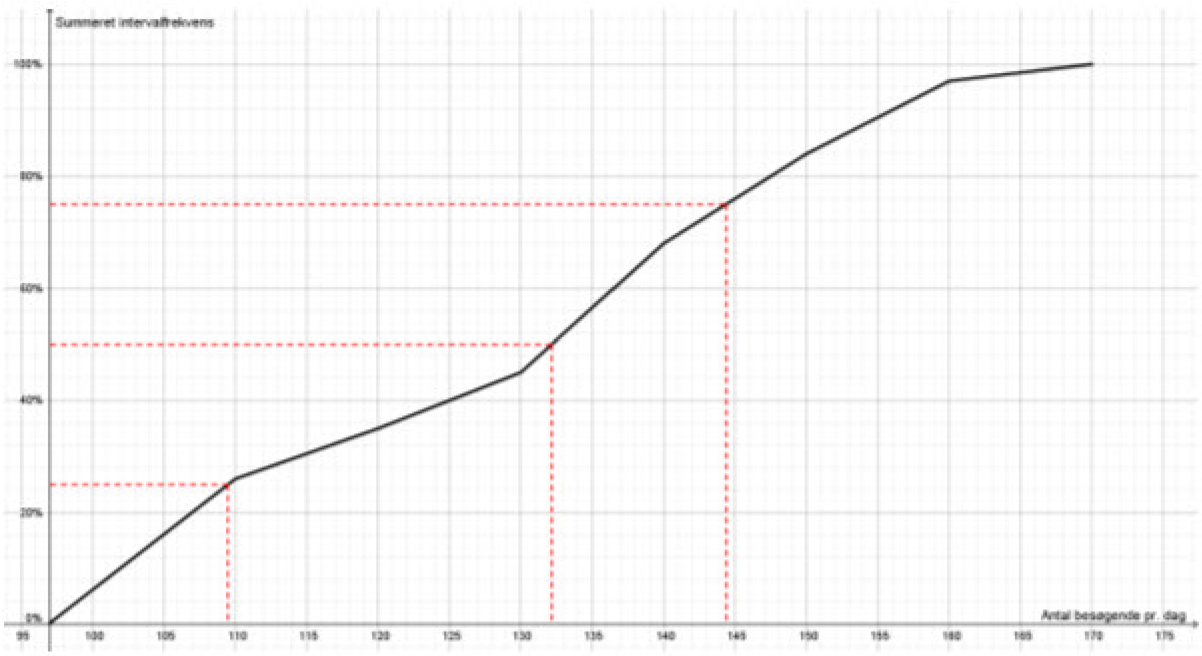
a./b.

Interval	]- ;110]	]110;120]	]120;130]	]130;140]	]140;150]	]150-160]	]160; -]
Intervalhyppighed	8	3	3	7	5	4	1
Intervalfrekvens	26%	10%	10%	23%	16%	13%	3%
Summeret intervalfrekvens	26%	35%	45%	68%	84%	97%	100%

c.



d.



e. 1. kvartil = 110, median = 133, 3 kvartil 146

9

a. 3

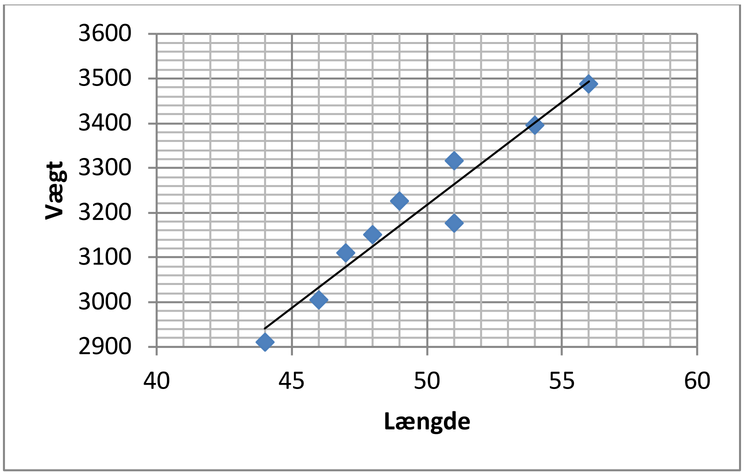
b. 3

c. F.eks. 2 og 4

d. 0 og 6, 1 og 5, 2 og 4 eller 3 og 3

10

a./b. Tendenslinje indtegnet i diagrammet. Det fremgår således, at der er en sammenhæng mellem babyers fødselsvægt og længde, med få mindre afvigelser.



11

a.]160;165],]165;170],]170;175],]175;180],]180;185],]185;190]

b. ca. 8% c. ca. 58% d. 173,5 cm

12

Rettelse: x-akse viser antal træningstimer, y-akse viser antal elever.

a. 28 elever

b. Typetal = 12 træningstimer

c.

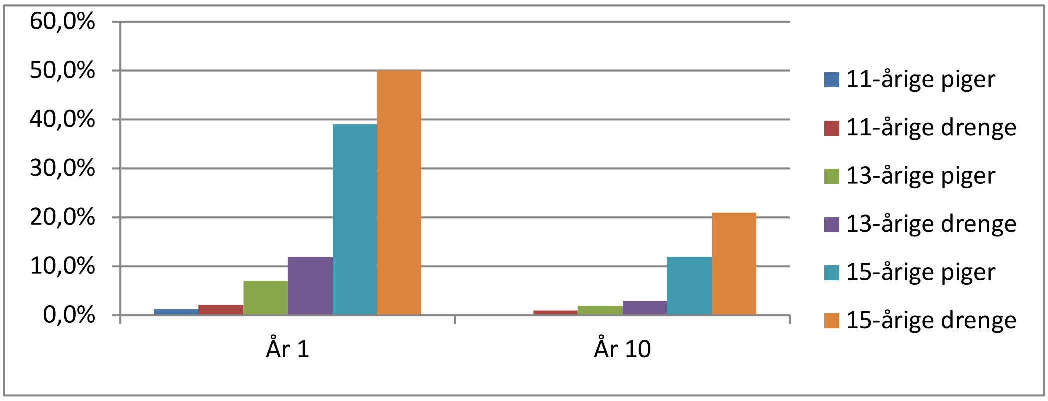
Antal træningstimer	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Hyppighed	2	3	1	0	5	3	4	7	0	2	0	1
Frekvens	7%	11%	4%	0%	18%	11%	14%	25%	0%	7%	0%	4%

d. Median = 10 eller 10,5

e. Gennemsnit (Middeltal) = 10,07

13

a.



b. Forslag:

"Markant fald i unges alkoholforbrug".

De 11 til 15-årige drikker markant mindre end for ti år siden.

14

a. Æbler 50%, Pærer 25%, Bananer 12,5% og Appelsiner 12,5%

b. F.eks.: Æbler 12 stk., Pærer 6 stk., Bananer 3 stk. og Appelsiner 3 stk.

15

a. 1 1,5 2 4, 4 b. 0 2 4 6 10

16

a. ca. 9% b. ca. 7%

17

a. Mellem 25% og 75% af Danmarks samlede befolkning er i alderen fra begyndelsen af 20'erne til slutningen af 50'erne. Der er ingen i Danmark, som er ældre end 110 år.

18

a. Variationsbredden er større blandt kvinder (begyndelsen af 20'erne til over 80 år) end blandt mænd (slutningen af 20'erne til slutningen af 70'erne).

b. Halvdelen af kvinderne som modtager en Oscar er mellem 30 - 45 år. For mændene er det 38 - 52 år. Kvinderne modtager således typisk en Oscar når de er under 45 år.

19

a. 16% b. 7-årige og 11-årige c. 16 procentpoint d. 100%

20

a. 125 b. 60

21

a. 1 594 323 eller 3^{13}

22

a. Det virker ikke repræsentativt, kun at spørge, om dækningen af fodboldstævnet, ved samme fodboldstævne.

b. Det virker ikke repræsentativt, kun at spørge om skolen, ved indgangen til skolen.
c. Ja, man må antage at der blandt de 600 personer indgår forskellige personer, med forskellige baggrunde.

23

a. 25 eller 5^2 b. 20

24

a. 25 (hvis w ikke indgår) b. 62 500 c. 2500

25

a. $\frac{1}{6}$ b. $\frac{5}{6}$ c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{1}{2}$

26

a. $\frac{10}{25}$ eller $\frac{2}{5}$

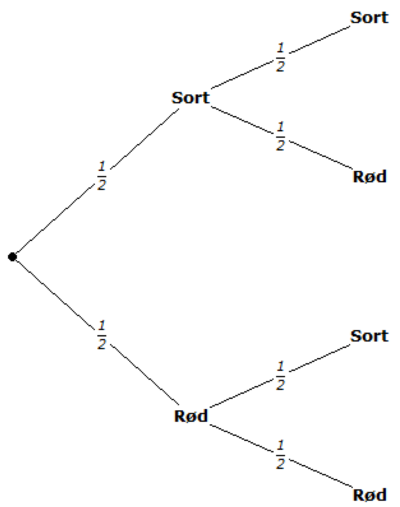
27

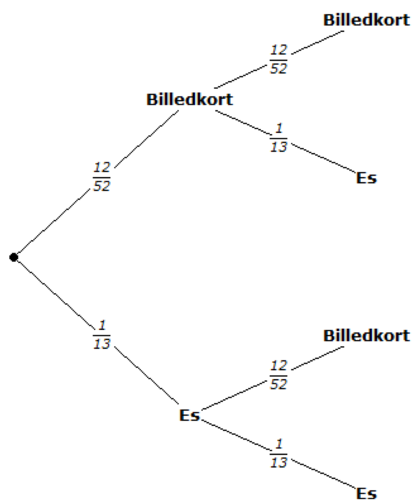
a. Fra første knude udgår alle 22 elever, fra næste knude 21. b. $\frac{90}{462}$

28

a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{169}$ c. $\frac{9}{169}$ d. $\frac{1}{52}\cdot\frac{51}{52}+\frac{51}{52}\cdot\frac{1}{52}=0{,}038$

e. $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)=0{,}5$ f. $\left(\frac{12}{52}\cdot\frac{1}{13}\right)+\left(\frac{12}{52}\cdot\frac{1}{13}\right)=0{,}036$





29

a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{16}$ c. $\frac{1}{8}$

30

a. $\frac{1}{90}$ b. $\frac{20}{90}$ eller $\frac{1}{45}$ c. $\frac{1}{8010}$

31

a. $\frac{5}{42}$ b. $\frac{1332}{1722}$

32

a. Odds for ingen plat er 4, for en plat er 2 og for to plat er 4.

33

a./b.

X	2	3	4	5	6	7	8
P(X)	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

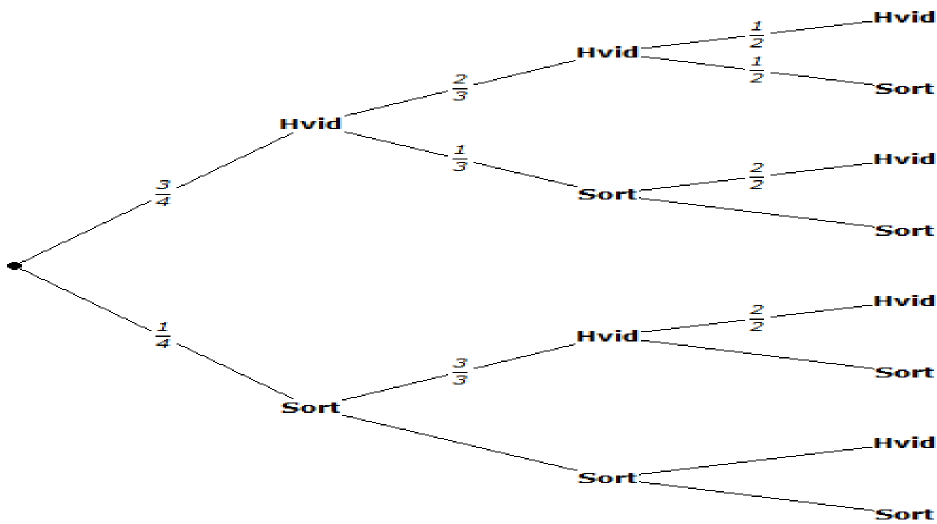
c. P(>4) = $\frac{10}{16}$ eller $\frac{5}{8}$

34

a. Forslag: En krukke med fire kugler indeholder 3 hvide og 1 sorte kugler.

b.

For de sidste grene er sandsynligheden nul.



35

a. 5 b. - c. -

36

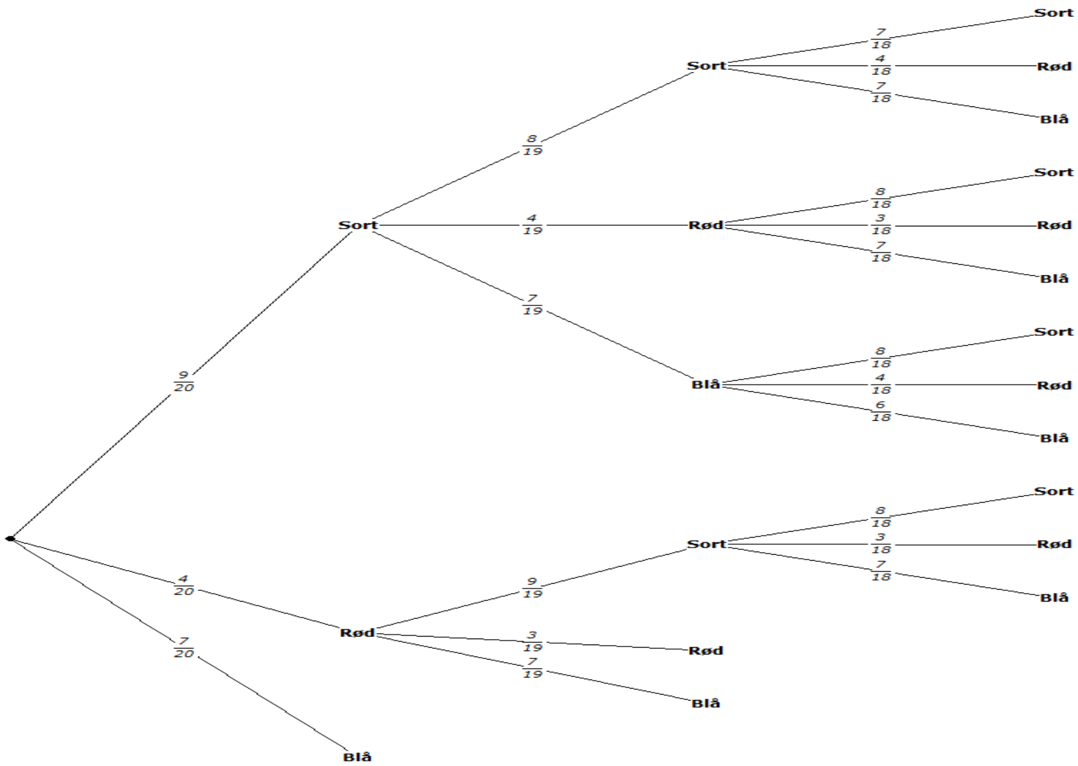
a. $\frac{36!}{(36-7)!\cdot 7!} = 8\ 347\ 680$ b. $\frac{1}{8.347.680}$

37

a. $0{,}5^{10}$ b. 0,5

38

a. Skitse til tælletræ



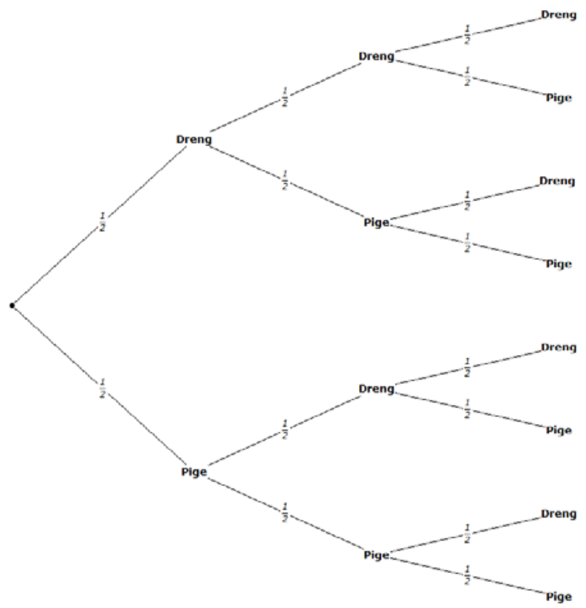
b. $\frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \cdot \frac{7}{18} = 0{,}074$

c. $\left(\frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \cdot \frac{7}{18}\right) + \left(\frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \cdot \frac{7}{18}\right) + \left(\frac{9}{20} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{8}{18}\right) + \left(\frac{9}{20} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{6}{18}\right) + \left(\frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{5}{18}\right) + \left(\frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{9}{18}\right) +$
$\left(\frac{7}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18}\right) + \left(\frac{7}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{6}{18}\right) \approx 0{,}491$

Eftertanken - side 85

Vis og forklar

a.



b. $\frac{3}{8} = 0{,}375$

c. $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = 0{,}375$ eller $(0{,}5^3) \cdot 3 = 0{,}375$

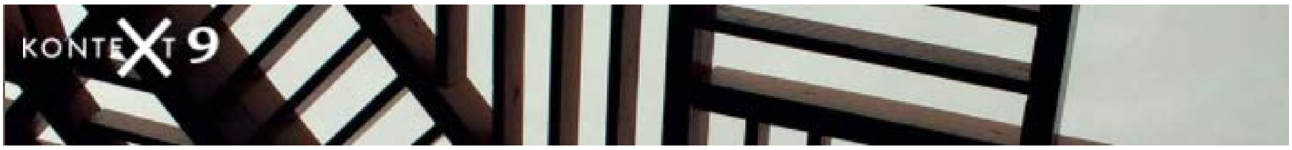
Hvad er et godt batteri?

Undersøgelsen giver anledning til at tale om de forskellige deskriptorers betydning. Her vil det være nyttigt at tale om spredningen mellem værdierne, middelværdien og medianen.

For Power-power gælder: Mindsteværdi: 48, størsteværdi: 113, middelværdi: 98,9, median: 109.
For High-power gælder: Mindsteværdi: 80, størsteværdi: 123, middelværdi: 100,8, median: 99.

Det bliver også muligt at have en dialog om, om formålet med batteriet har en betydning. Skal batterierne sidde i cykellygten, eller skal de i et kamera som skal bruges de næste 3 timer? Der er derfor ikke noget entydigt svar på, hvilket batteri der er bedst.

Der kan også være elever, som gerne omsætter diagrammet til et boksblot, som giver netop den type af overblik.



Facit til

KonteXt+ 9, Kernebog

Kapitel 4: Funktioner

Facitlisten er en del af KonteXt +9; Lærervejledning/Web
Forfattere: Bent Lindhardt, Niels Jacob Hansen, Mette Christensen og Lars Busch Johnsen
Ekstern redaktør: Bent Lindhardt
Forlagsredaktion: Susanne Schulian

- et forlag under Lindhardt og Ringhof A/S, Egmont
1. udgave, 1. oplag 2017

www.alinea.dk

Er der en sammenhæng? side 88 - 91

Opgave 1

a. 53 cm

b. Der er tendens til at stiger kropslængden, øges hovedstørrelsen.

c. fx: kropslængde 47 cm og hovedstørrelse 38 cm.
kropslængde 54 cm og hovedstørrelse 33 cm.

Opgave 2

a. De har begge ret. Morens synspunkt støttes af at flertallet af observationerne passer med at hovedstørrelsen øges jo længere barnet er. Ser man på variationen på observationer fx: hovedstørrelse 35 cm, vil variationsbredden på 53 – 47 = 6 cm på hovedstørrelsen støtte Karins argument om at det ikke er entydigt, at der er en sammenhæng.

b. Forventet hovedstørrelse vil være 38 – 39 cm.

c. I koordinatsystemet optræder talparret (50, 34) kun én gang. I skemaet kan man se at der er født 9 børn med kropslængde 50 cm og hovedstørrelse 34 cm.

Opgave 3

a. -

b. Da opgaven skal løses ”på øjemål” vil der være mange mulige svar. En rimelig ”gennemsnitslinje” kunne være følgende. Man kunne udelade de punkter der falder meget uden for som (47,38) og så vil følgende linje kunne være et svar:

47	48	49	50	51	52	53	54
31	32	33	34	35	36	37	38

c. Vær opmærksom på at man må lave et andet koordinatsystem så (0,0) optræder hvis man vil aflæse skæringen med y-aksen
Da punkterne (47,31) og (48,32) ligger på den valgte linje må hældningen være 1.
dvs. at fx 31 = 47 * 1 + b. Værdien b må så være 31 - 47 svarende til -16. Punkterne vil ligge på linjen y = x - 16

Opgave 4

a. -

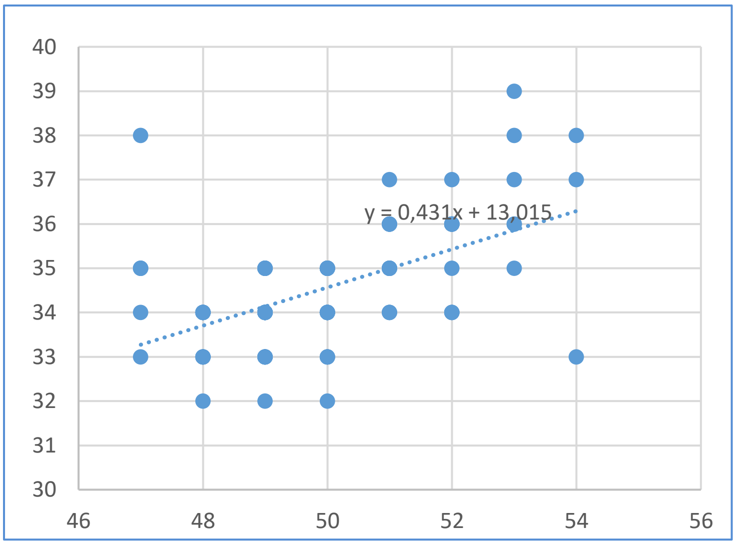
b. GGB anviser følgende gennemsnitslinje (regressionslinje) y = 0,43x + 13,01

Opgave 5

a. -

b. y = 0,431x + 13,015

c. De to digitale beregninger er ens - mens det personlige skøn ligger noget derfra.



Opgave 6

a. Jo mere druerene vejer jo dyrere bliver det.

b. Prisen afhænger af vægten.

c. 253 g = 12,65 kr. 1 g = 0,05 kr. 0,1 kg = 100 g = 5 kr.

Vægt (kg)	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	1,5
Pris (kr.)	5,00	10,00	15,00	25,00	50,00	75,00

Opgave 7

a. - b. – c. 40 kr. d. 400 g

Opgave 8

a. - b. - c. y = 0,05 · x

Opgave 9

a. f(x) = 50 · x

b. Ved at se på hældningen på den tegnede graf evt. se på angivelsen i GeoGebra.

Opgave 10

a. -

b.

x (kg)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (kr.)	0	15	30	45	60	75	90	105

c. -

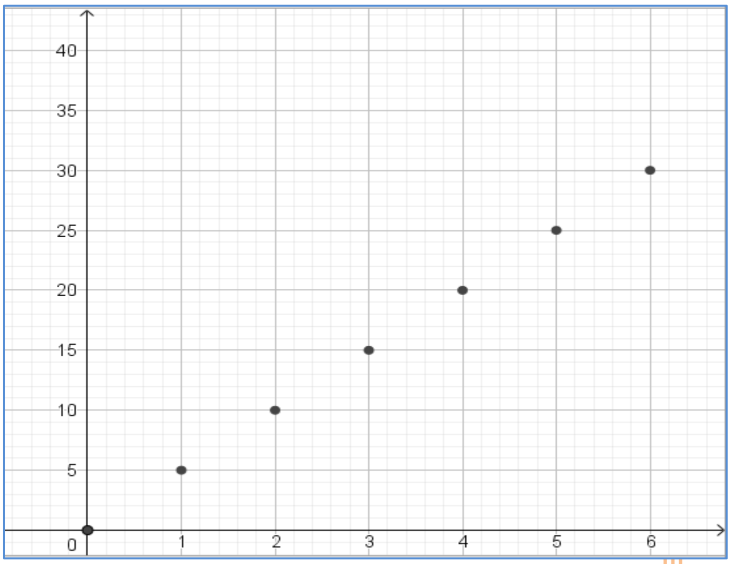
d. y = pris x = kg y = 15 · x

Opgave 11

a.

Æbler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pris	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

b. Se grafen.



c. Man sælger kun hele æbler i butikken.

Opgave 12

a.

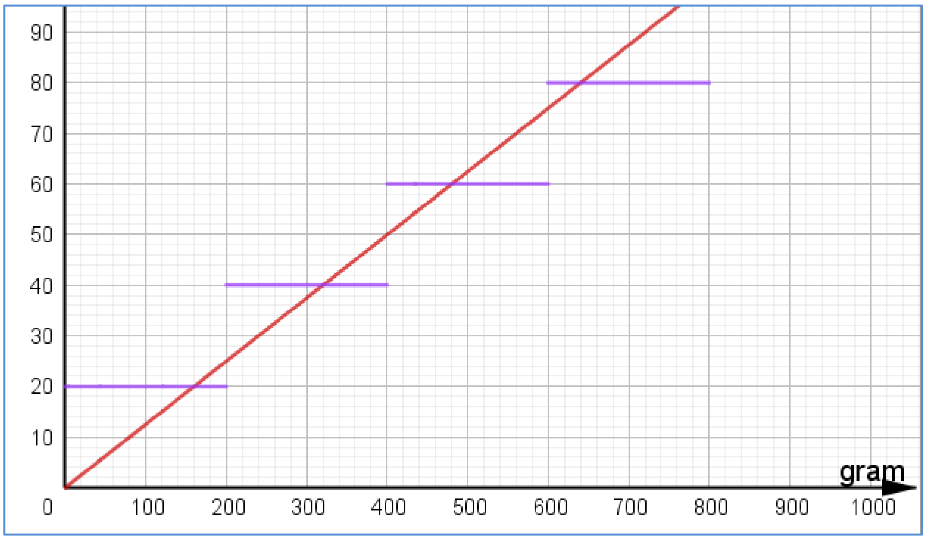
x (g)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
y (kr.)	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

b.

x (g)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
y (kr.)	20	20	40	40	60	60	80	80	-	-

Opgave 13

a. og b.



Opgave 14

a. Indtil 160 g er det billigst i Patientboden. Over 160 g og til 200 g er det billigst i Slikbutikken.

b. Intervallet 200 g – 400 g: Patientboden er billigst før 130 g derefter er det Slikbutikken.
Intervallet 400 g – 600 g: Patientboden er billigst før 480 g derefter er det Slikbutikken.
Intervallet 600 g – 800 g: Patientboden er billigst før 640 g derefter er det Slikbutikken.

c. I Slikbutikken, her kan man få op til 600 g. I Patientboden kan man få 480 g.

Udfordringen

a. y = pris og x = gram Forskrift: $y = 0{,}125 \cdot x$

b. $0 < x < 200$ Forskrift: $y = 20$
$200 \le x < 400$ Forskrift: $y = 40$
$400 \le x < 600$ Forskrift: $y = 60$
$600 \le x < 800$ Forskrift: $y = 80$

Så sluk da for vandet side 92 – 93

Opgave 1

a. 5 liter

b. Jo længere tid hun bader, des mindre vand er der tilbage i beholderen.

Opgave 2

a.

Tid i min.	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Vandforbrug i liter	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0

b. Alt vandet er brugt op.

Opgave 3

a. Tallet 120 angiver mængden af vand i liter i beholderen ved start. Tallet -5 angiver liter pr. minut man bader.

b.

c. Den maksimale værdi på y-aksen kan højst blive 120 Liter og mindsteværdi 0 liter - hvilket svarer til intervallet fra 0 min til 24 min. på x-aksen ved forbrug på 5 liter pr. minut.

Opgave 4

a.

b. Halvdelen af vandbeholdningen.

c. Det øjeblik hvor der er brugt halvdelen af vandet og vandet begynder at løbe langsommere.

d. y = -5x + 120 og y = 60 -5x + 120 = 60 5x = 60 x = 12

Skæringspunktet = (12,60)

Opgave 5

a. -

b. Punktet (12,60) er tidspunktet hvor måleren træder i kraft. Punktet (36,0) er tidspunktet hvor der ikke er mere vand tilbage.

c.

Opgave 6

a. -2,5 b. 90 c. y = -2,5x + 90

Opgave 7

a.

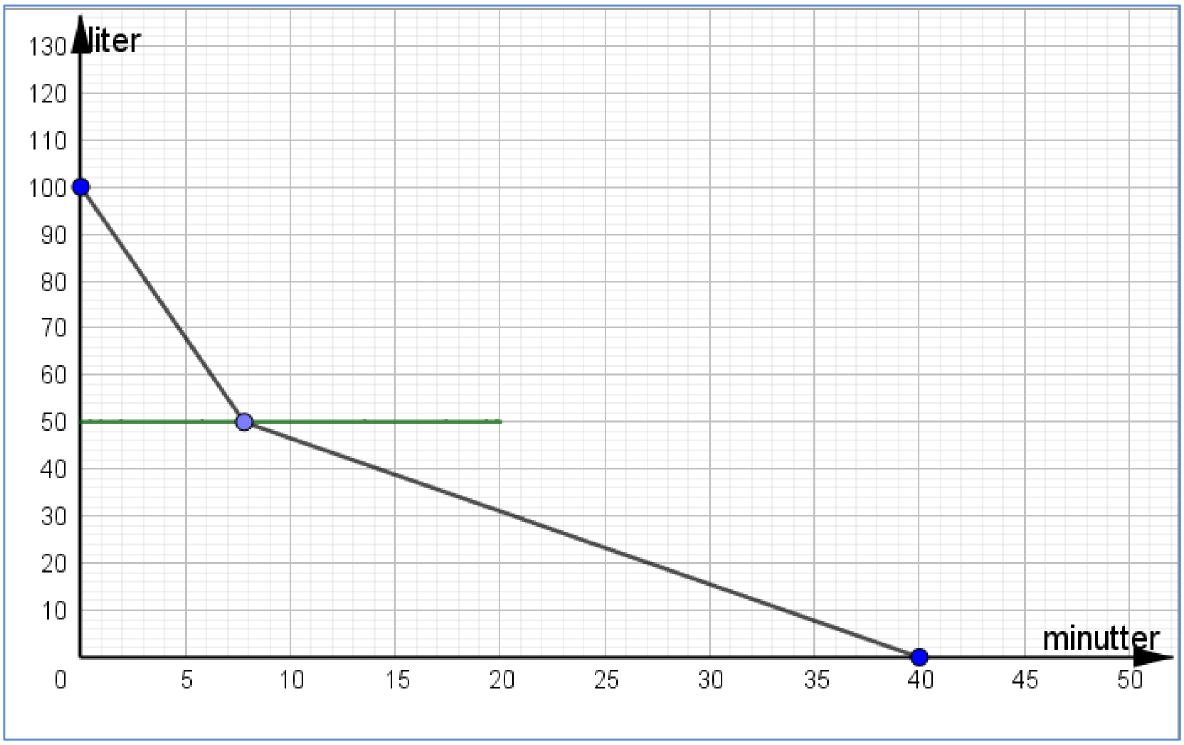
min.	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
liter	120	110	100	90	80	70	60	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0

Opgave 8

a. 20 < x < 8 b. x betegner tiden. Fra det 8. til det 12. minut bruges der 5 l. pr. min.
Fra det 12. til det 20. minut bruges der 2,5 l. pr. min.

Udfordringen

a. En mulig løsning



b. Det grønne linjestykker viser, at halvdelen af vandet er brugt. Alle stykkevis lineære funktioner, hvor punktet (0,100) er forbundet med et punkt på det grønne linjestykker og hvor punktet på det grønne linjestykke er forbundet med punktet (40,0) viser en mulighed.

Nybyggerne i Blanderup side 94 – 95

Opgave 1

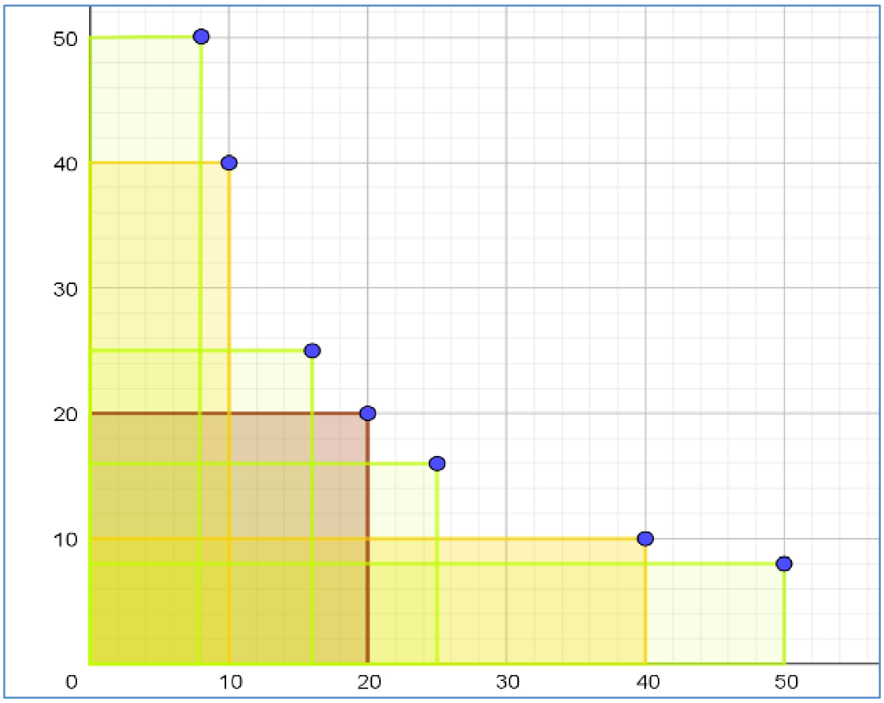
A

.

Længde	8	10	16	20	25	40	50
Bredde	50	40	25	20	16	10	8

Opgave 2

a. + b. + c. + d.



Opgave 3

a. Bygger på opgave 2.

b. Ikke en ret linje. Den buer. Nærmer sig x-aksen og y-aksen.

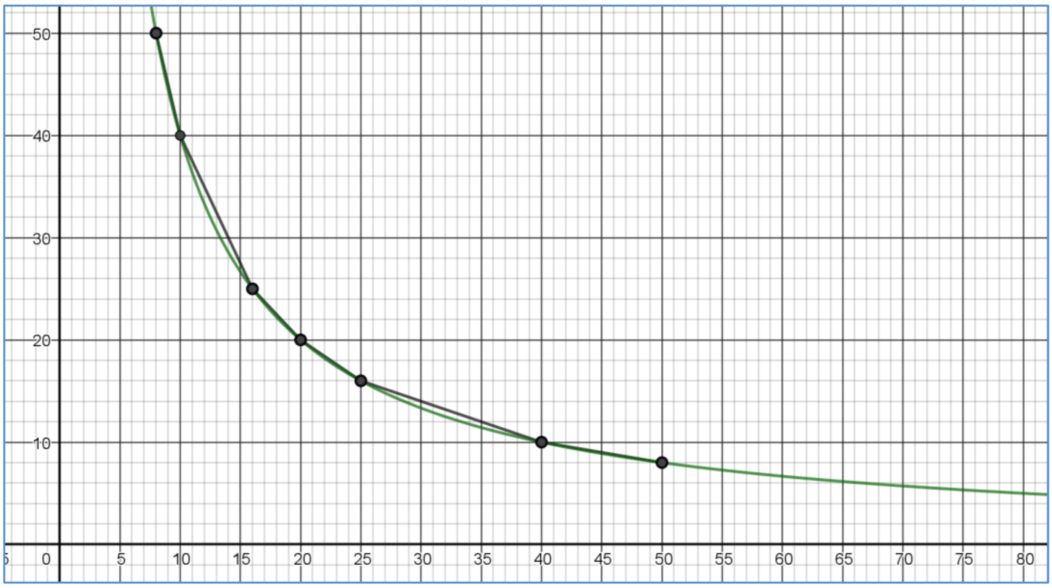
Opgave 4

a. Grundene er rektangulære og 400 m² store = den ene side x ganget med den anden side y.

b. $x \cdot y = 400$ $y = \frac{400}{x}$ $f(x) = \frac{400}{x}$

Opgave 5

a. + b. + c.



d. Grafen for f(x) = 400/x og linjerne mellem punkterne ligner hinanden. Grafen for f(x) er buet da den indeholder uendelige mange punkter med uendelige små linjer mellem punkterne.

Opgave 6

a. Jo mindre x bliver jo større bliver y, så det passer at x * y = 400. Det kan blive ved i det uendelige uden at man når y-aksen

b. Jo større x bliver jo mindre bliver brøken 400/x. Det kan blive ved i det uendelige uden man når x-aksen.

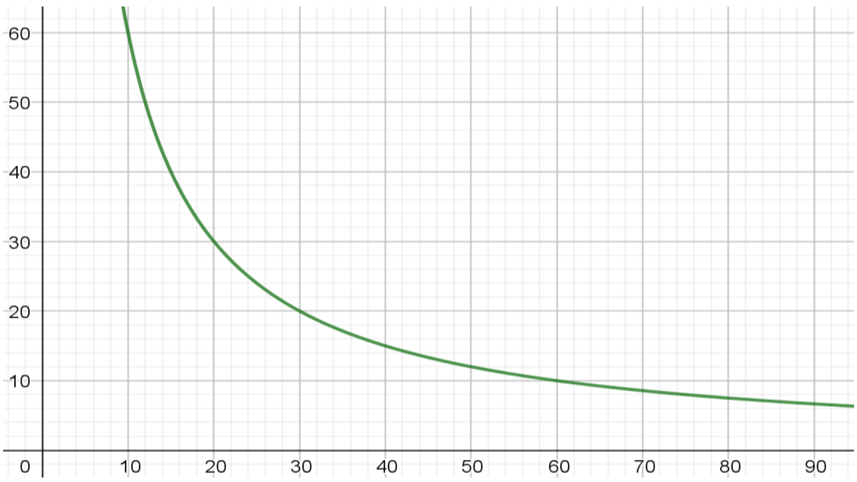
Opgave 7

a. f(x) = $\frac{600}{x}$

b. Se graf.

c. fx: (15,40) ; (20,30) ; (25,24)

d. Et areal kan ikke være negativt.



Opgave 8

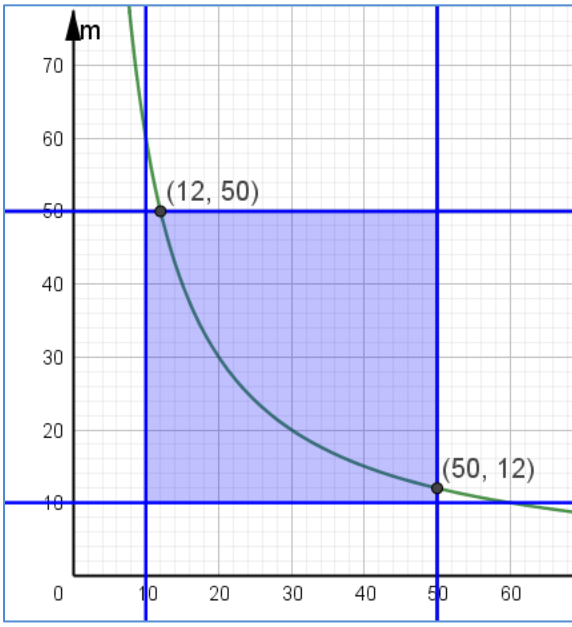
a. Se grafen.

b. Skæringspunkt for y = 50 og y = ($\frac{600}{x}$) er aflæst til (12, 50)

Beregning: 50 = $\frac{600}{x}$ 50 · x = 600 x = 12

Skæringspunkt for x = 50 og y = $\frac{600}{x}$ er aflæst (50, 12)

Beregning: y = $\frac{600}{50}$ y = 12



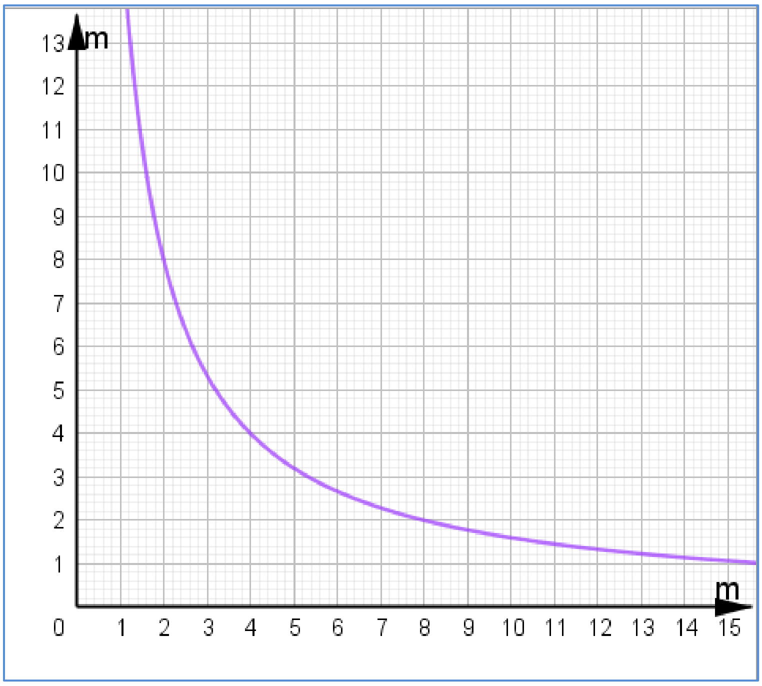
c. De afgrænser den del af grafen, der beskriver realistiske arealer til en byggegrund på 600 m².

Udfordringen

a. Fx: tal i meter og afrundet til 2 decimaler.

Side x	1	2	3	4	5	6	7	8
Side y	16,00	8,00	5,33	4,00	3,20	2,67	2,29	2,00

b. f(x) = $\frac{16}{x}$ som kan tegnes i GeoGebra



Hvor meget tandpasta side 96 - 97

Opgave 1

a. 4 mm

b. 50,27 $mm^2 \approx 0,5\ cm^2$

Opgave 2

a. 502,7 mm^3

b. 1130,97 mm^3

Opgave 3

a.

Radius (mm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Hullets areal (mm^2)	0	3	12	27	48	75	108	147	192

Opgave 4

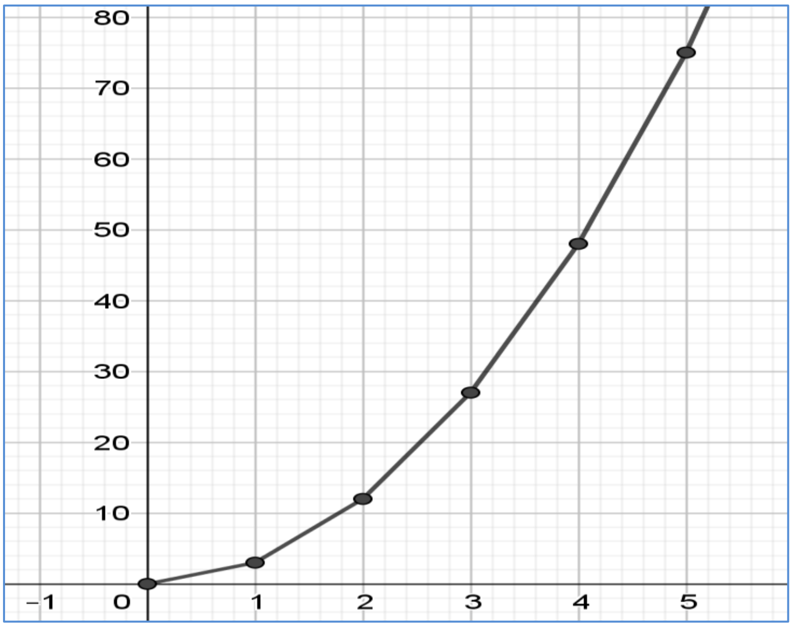
a. -

b. -

Opgave 5

a. aflæst 35 mm^2

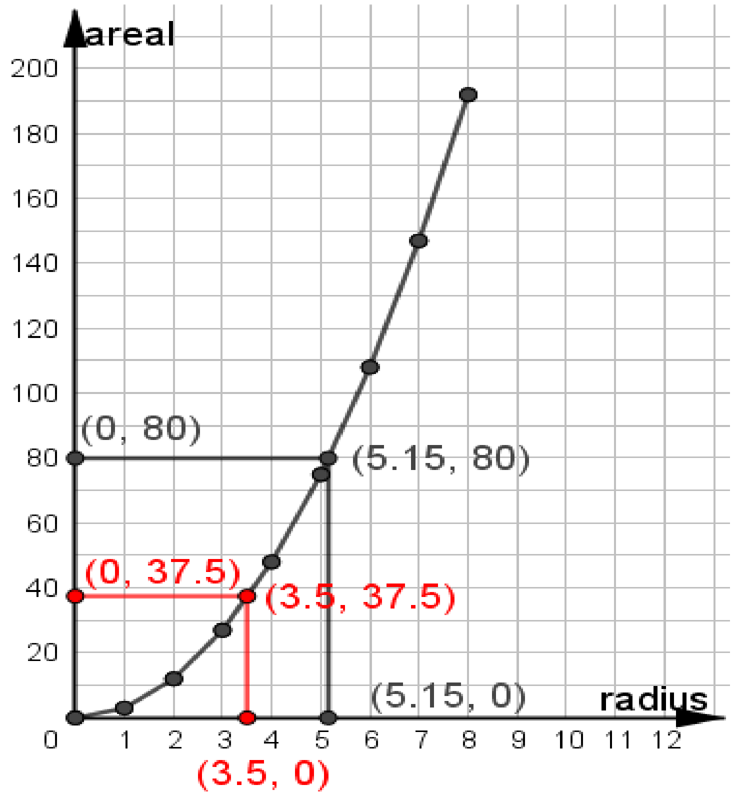
b. aflæst 5,2 mm



Opgave 6

a. –

b. Se graf



Opgave 7

a. Aflæst ca. (3,5 ; 37,5)

b. Aflæst ca. 5,2 mm

Opgave 8

a. Jo større radius des større areal.

b. Arealet af cirkel (y) kan beregnes ved ca. 3 (π) gange radius i anden.

Opgave 9

a. se tidligere

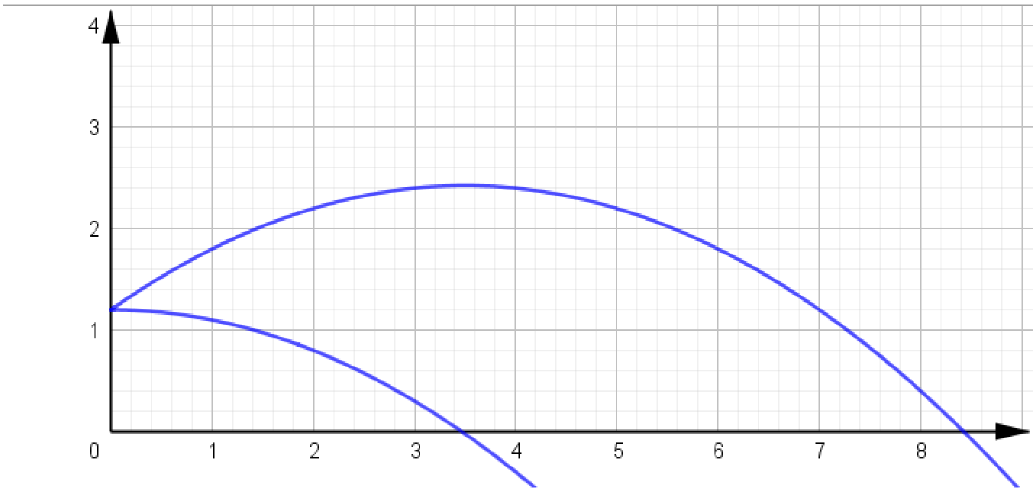
Udfordringen

a. $f(x) = x^2$

b. $g(x) = 2x \cdot x$

Vandstrålen side 98 – 99

Opgave 1



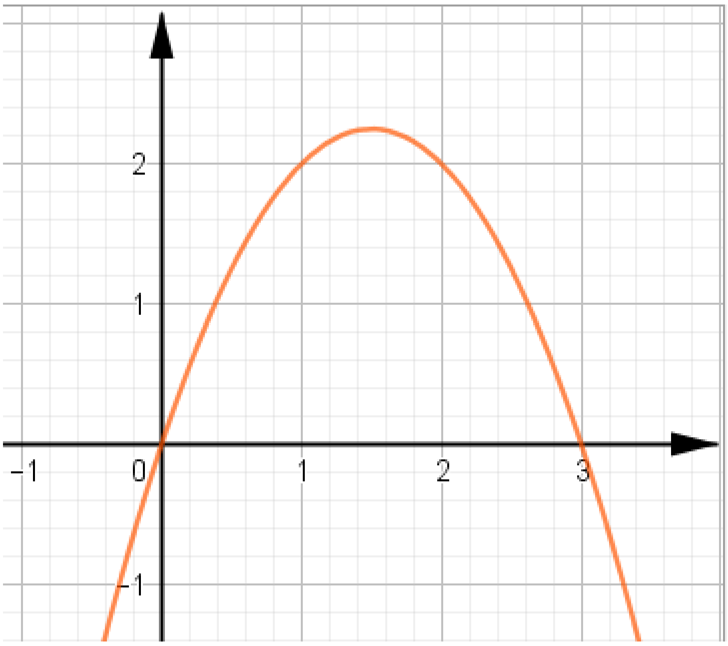
a. - b. -

Opgave 2

a.

x (meter)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
y (meter)	0	1,25	2	2,25	2	1,25	0	-1,75	-4

b.



Opgave 3

a. De negative værdier vil svare til at vandstrålen fortsætter nede i jorden. Det kan kun ske i matematikkens verden.

b. $0 \leq x \leq 3$

Opgave 4

a. (0,0) er punktet, hvor Emil ligger med vandslangen på jorden. (3,0) er punktet, hvor vandstrålen rammer jorden. Begge talpar er der hvor grafen skærer x-aksen.

b. Maximal højde 2,25 m

Opgave 5

a. -

b. Der er mange løsninger fx $-0{,}5\,x^2 + 2x$ og $0{,}25x^2 + x$

Opgave 6

a. –

b. Den del, hvor x-værdierne er negative (svarer til at vandet også laver en bue inden i muren) og den del af parablen, der er ligger under x-aksen (jordens overflade).

c. Skæring med x-aksen svarende til 1,2 m.

Opgave 7

a. 0,85 m   b. 1,69 m

Udfordringen

a. a = -2   b = 12   c = -16

b. (2,0) og (4,0)

c. (3,2)

d. $(2x - 8) \cdot (-x + 2) = 2x \cdot -x + 2x \cdot 2 + -8 \cdot -x + -8 \cdot 2 \;=\; -2x^2 + 4x + 8x + -16 \;=\; -2x^2 + 12x - 16$

Breddeopgaver side 108 – 112

Opgave 1

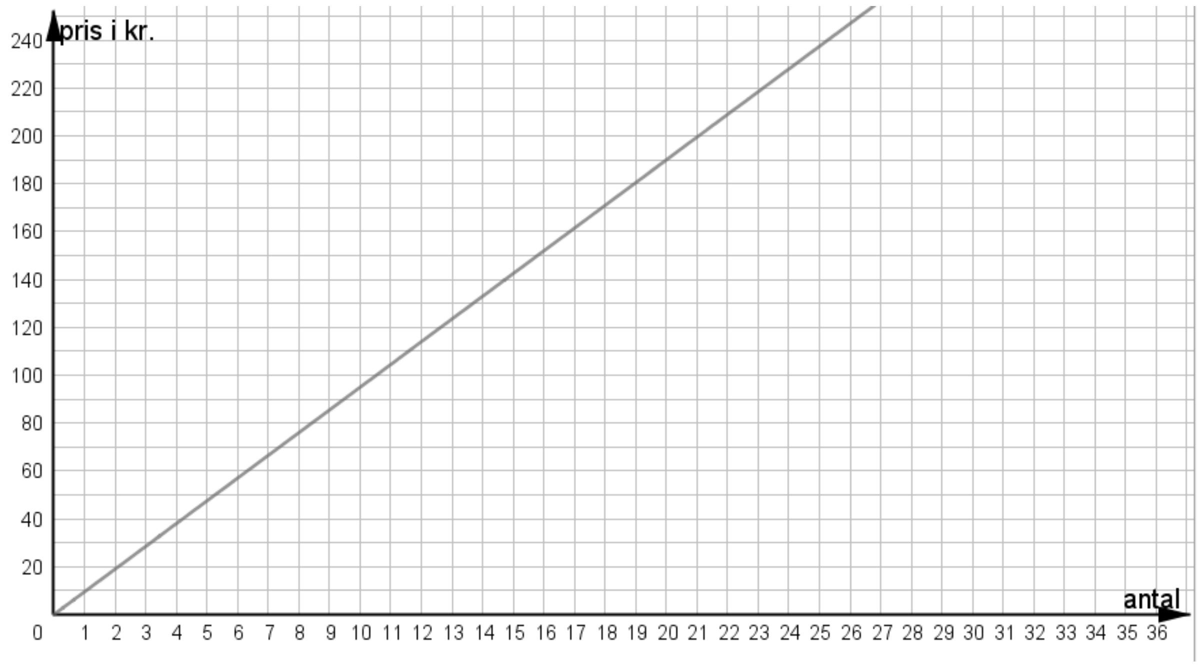
a. 1) rød 2) blå 3) grøn

Opgave 2

a. 2) og 3)

Opgave 3

a.



b. 2 = 19,00 kr. 5 = 47,50 kr. 10 = 95,00 kr. 25 = 237,50 kr.

c. f(x) = 9,5 · x

Opgave 4

a.

x	1	5	10	50	100
y	3	-9	-24	-144	-294

Opgave 5

a. Fx: vægt og pris eller afstand og tid b.-

Opgave 6

a. Tid og strækning

b. fx y = 80x hvor x er tiden i timer og y er strækningen i kilometer.

Opgave 7

a. 1) Ret linje. 2) Ikke ret linje 3) Ret linje. 4) Ret linje.

b. Linje 1) og linje 4) gå gennem (0,0) dvs. her er tale om ligefrem proportionalitet.

Opgave 8

a. f(x) = 2x + 5

Opgave 9

a. - b. - c. –

Opgave 10

a. a = 3 b = $-2\frac{1}{2}$ b. a = $\frac{1}{3}$ b = 4,5 c. a = -3 b = 0

d. a = 1 b = $-\frac{2}{3}$ e. a = -1 b = 0 f. a = 2 b = 5

Opgave 11

a. y = x -2 b. y = x + 2 c. y = -2x + 4 d. y = $\frac{1}{3}$ x + 3

Opgave 12

a. Fx: y = 0,5x y = 0,5x + 4 b. y = -2x + 3

Opgave 13

a. f(x) = 0,1x + 1 b. 1,7 atm. c. 35 m

Opgave 14

a. y = 2x – 3 b. y = $-\frac{1}{2}$x + 5 c. y = 3,89 d. y = x

Opgave 15

a. y = 2x b. y = x – 2 c. y = 3x d. y = $\frac{1}{2}$x + 7

Opgave 16

a. (4,6) b. (7,4) c. (1, -1)

Opgave 17

a. Mange løsninger. Fx går disse linjer gennem (2,2).

y = x y = $\frac{1}{2}$x + 1 y = 2x - 2 y = -x + 4

Opgave 18

a. –

b. Hældningstal = a Skæring med y-aksen = b

1) a = 2 b = 0 2) a = 2 b = 2 3) a = -2 b = 0 4) a = -2 b = 5

Opgave 19

a. Fx : y = 5x y = 5x – 2

Opgave 20

a. (2,4) og (6,6)

b. og c. 0 ≤ x < 2 eller $0 < x \leq 2$ y = 2x

2 ≤ x < 6 eller $2 < x \leq 6$ y = $\frac{1}{2}$x + 3

6 ≤ x < 10 eller $6 < x \leq 10$ y = 6

Opgave 21

Antager afstanden fra hjemmet er i km.

a. Den første halve time cykler Oskar med jævn hastighed på 20 km/t. Herefter holder han pause i 10 minutter. Han er her 10 km væk fra hjemmet. De næste 20 minutter trækker han cyklen eller cykler meget langsomt. Kurvens hældning er ikke særlig stor. Til sidst cykler han langsomt hjemad. Fortsætter han i det tempo vil han være hjemme, når der er gået 120 minutter.

Opgave 22

a. –

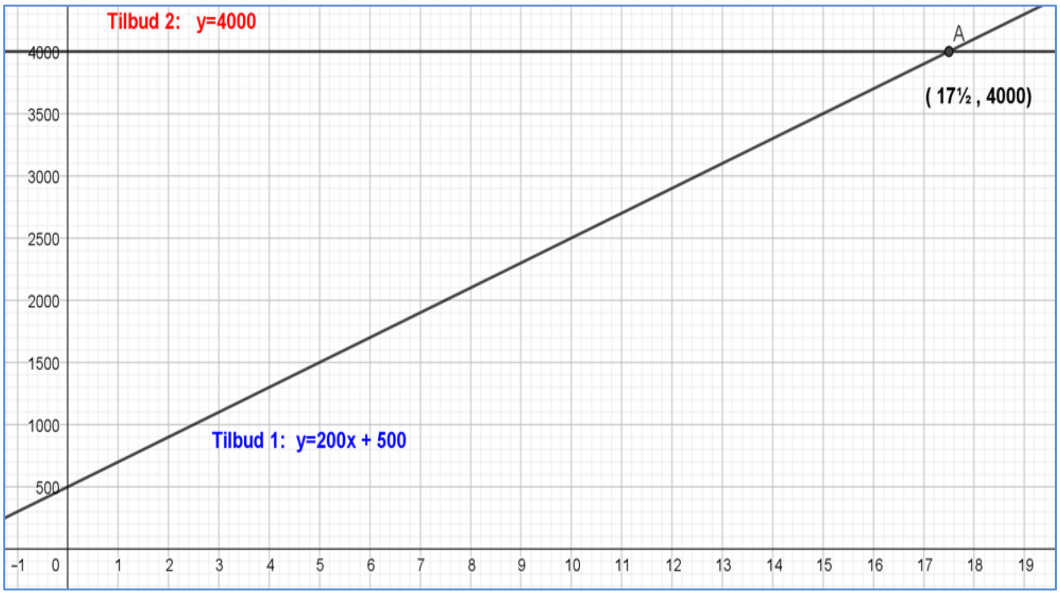
Opgave 23

a. 5 sek. b. ca. 43 sek. c. Den blå graf har en større hældning end den røde.

Opgave 24

a. Tilbud 1: y = 200x + 500 Tilbud 2: y = 4000

b.



c. 11 passagerer: tilbud 1 = 2700 kr. tilbud 2: 4000 kr.

Matematisk svarer det til 17,5 passagerer. Skal det omsættes til virkeligheden er der ikke et bestemt antal passagerer, hvor de er nøjagtig lige dyre. Man skal man op på 18 personer før tilbud 1 overstiger tilbud 2 i pris.
Antal passagerer på en tur til 3500 kr. Da tilbud 2 er dyrere vil det kun være tilbud 1 som er den realistiske mulighed. Det vil svare til 15 passagerer.

Opgave 25

a. De har samme hældning og er dermed parallelle. b. -

Opgave 26

a. Et indkøb, hvor man fx fylder gulerødder i poser, der kan indeholde 2 kg, og hvor man betaler for antallet af poser, man køber

b. -

x	0,8	1.9	2	2,1	3,7	4	5	6
y	5	5	5	10	10	10	15	15

Opgave 27

a. Fx: x = 1 og x = 3 og x = 5 og x = 7

b. Fx: y = 2 og y = 6 og y = 10 og y = 14

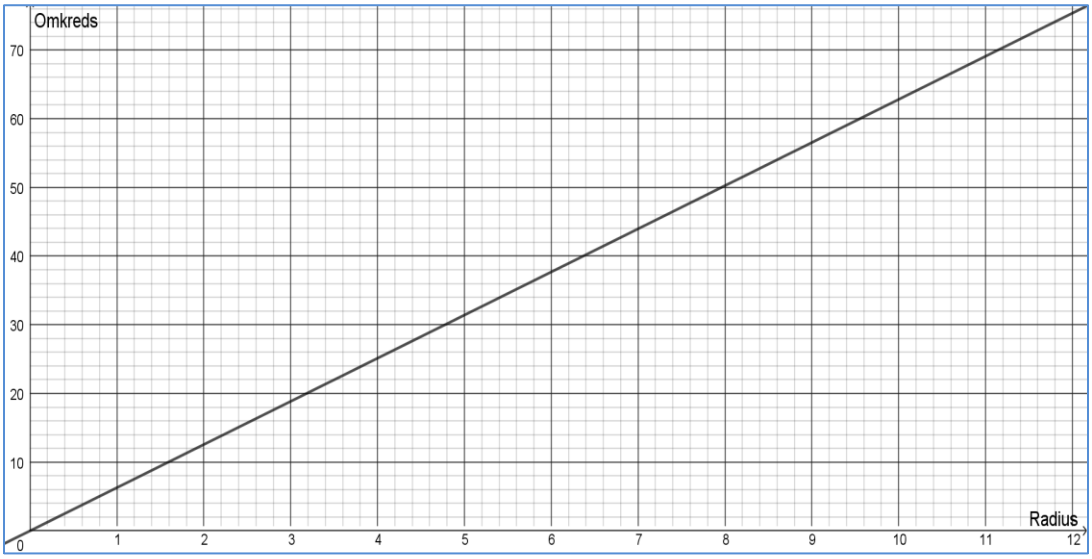
Opgave 28

a. f(x) = 2x · π

b. π = 3,14

x (radius)		3	6	8	11
y (omkreds)		18,84	37,68	50,24	69,08

c.



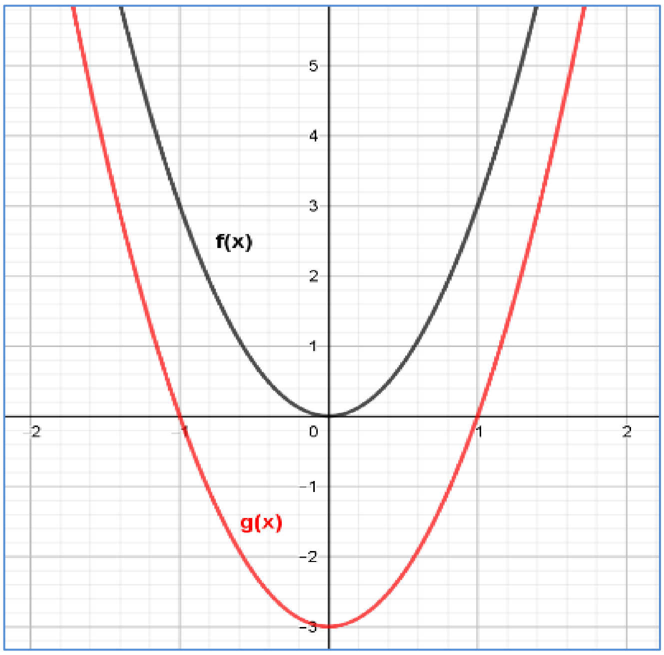
Opgave 29

a. -

b. Toppunkt = (0,0)

c. -

d. Nulpunkter: (-1,0) og (1,0) Toppunkt = (0,-3)



Opgave 30

a. Man kan prøve efter i GeoGebra. Mange løsninger fx har funktionen $y = (x - 1)^2$ eller skrevet som $y = x^2 - 2x + 1$ toppunkt i (1,0).

Opgave 31

a.	1) $y = x(x - 1) - x^2$	$y = -x$	ikke en andengradsfunktion.
	2) $2y - 2x^2 = 4 + 8x$	$y = x^2 + 4x + 2$	andengradsfunkion.
	3) $y = (x-1) \cdot (x+2)$	$y = x^2 + x - 2$	andengradsfunktion.
	4) $y = \frac{x^2}{4} - x + 2$	$y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$	andengradsfunktion.

Opgave 32

a. 2) $y = x^2 - 4$ b. Nulpunkterne er: (-2,0) og (2,0)

Opgave 33

a. Fx:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	18	10	4	0	-2	-2	0	4	10

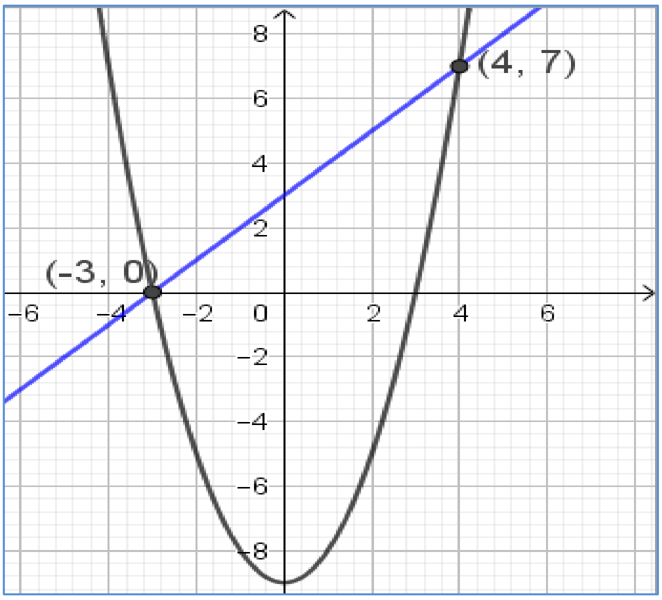
b. Aflæst (-1,0) og (2,0)

c. Se tabel.

Opgave 34

a. Se grafen.

b. (-3,0) og (4,7)



Opgave 35

a. $y = 2{,}5x^2 - 4$ b. $y = -5x^2 - 3x$ c. $y = -x^2 + 0{,}04x - 250$ d. $y = -0{,}2x^2 - x + 300$

Opgave 36

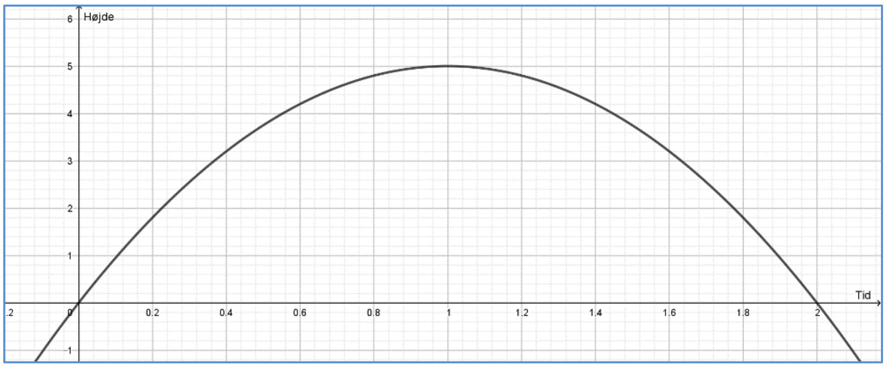
a. $f(2) = 3$ $f(-2) = 3$ b. $x^2 - 1 = 15$ $x = 4$ eller $x = -4$

Opgave 37

a. (0,0) b. (-2,0) og (2,0) c. $\sqrt{32} \approx 5{,}66$ (-5,66 ; 0) og (5,66 ; 0)

Opgave 38

a. Se grafen b. 5 m c. 2 sek.



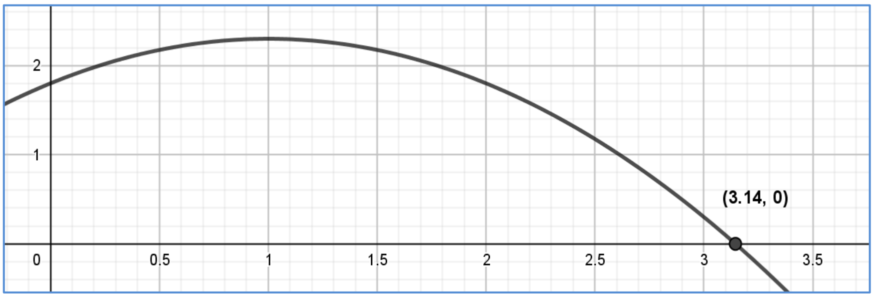
Opgave 39

a. X står for afstanden kuglen tilbagelægger.

Y står for kuglens højde.

b. -

c. 3,14 m



Opgave 40

a. 0

b.

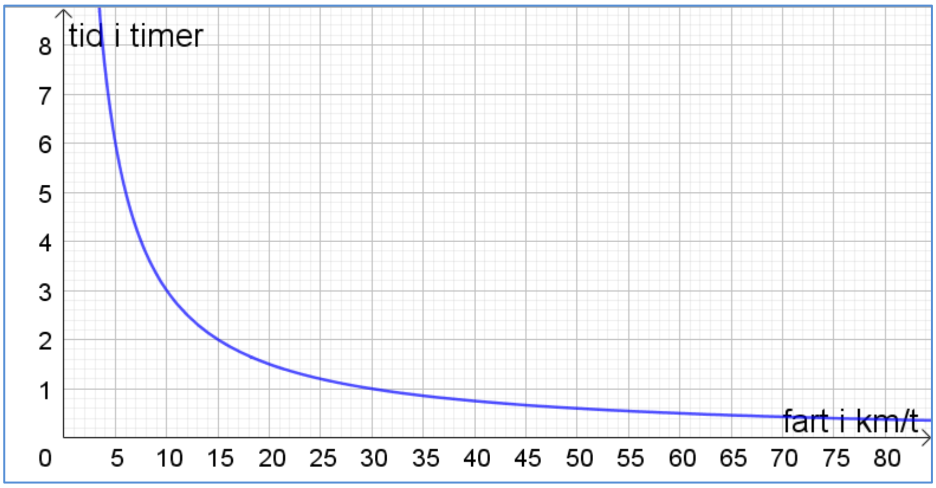
x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-8	-12	-24	24	12	8

c. -

Opgave 41

a. f(x) = $\frac{30}{x}$

b.



Opgave 42

a. (1,2) (0,5 ; 4) (-2, -4)

b. Når x-værdierne fordobles bliver y-værdierne halveret.

Opgave 43

a.- b.- c. (-1,2) og (3,10)

d. f(-1) = -1^2 + 1 = 2 g(-1) = 2 · -1 + 4 = 2 f(3) = 3^2 + 1 = 10 g(3) = 2 · 3 + 4 = 10

Opgave 44

a. 30 min. 15 min. 60 min.

b. Så bliver y dobbelt så stor.

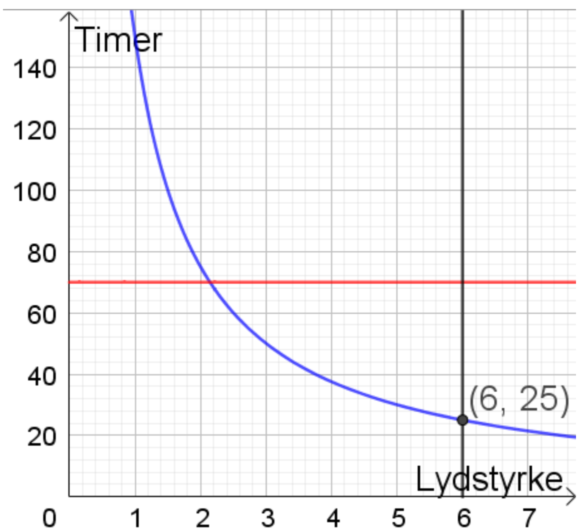
c. y = $\frac{50}{x}$

d. x = 150 giver y = $\frac{50}{150} = \frac{1}{3}$ hvilket giver talparret (150, $\frac{1}{3}$)

Opgave 45

a. 25 timer

b. Styrke 1 eller 2

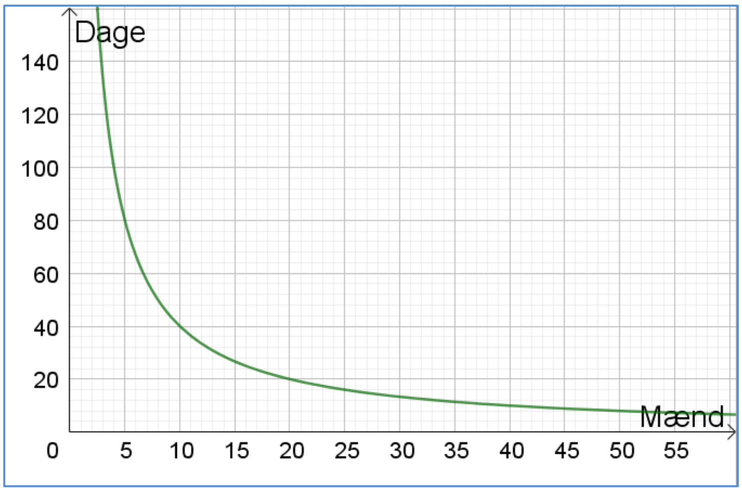


[Dato]

Opgave 46

a. 20 dage b. Omvendt proportional sammenhæng y = $\frac{400}{x}$

c.

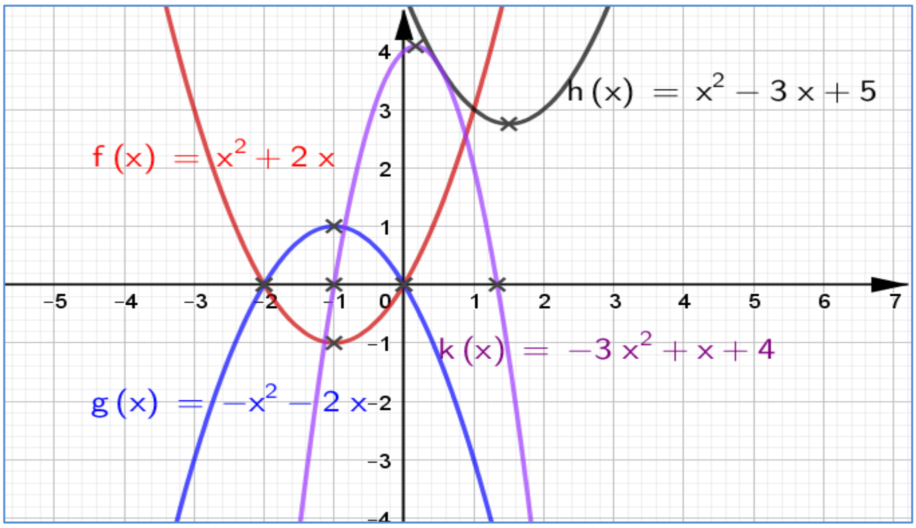


Opgave 47

a. h(x) = $\frac{36}{x}$ h(6) = $\frac{36}{6}$ = 6 hvilket giver talparret (6,6)

Opgave 48

a. -



b. f(x): T = (-1,-1) Grenene vender opad. Skæring med x-akse: (-2,0) og (0,0)

g(x): T = (-1, 1) Grenene vender nedad. Skæring med x-akse: (-2,0) og (0,0)

h(x): T = (1,5; 2,75) Grenene vender opad. Skæring med y-akse: (0,5)

k(x): Toppunkt er ca. (0,2;4,1) Grenene vender nedad.

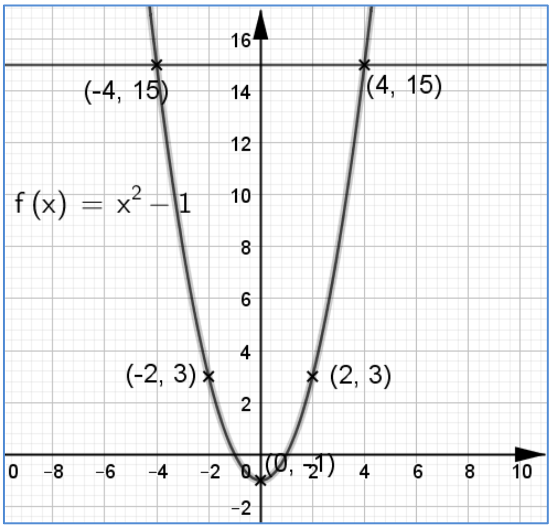
Skærer x-akse: (-1,0) og ($1\frac{1}{3}$, 0) y-akse: (0,4)

Opgave 49

a. $f(2) = 3$ $f(-2) = 3$ b. y-værdierne er de samme idet $x \cdot x = -x \cdot -x$

c. $f(x) = 15$ $x^2 - 1 = 15$ $x^2 = 16$ $x = \pm\sqrt{16}$ hvilket giver: $x_1 = -4$ og $x_2 = 4$

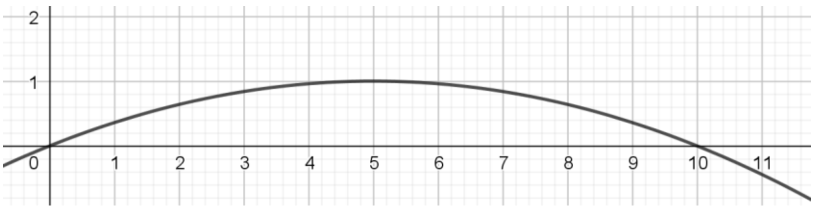
d. –



Parablen har toppunkt på y-aksen. Derfor er y-aksen symmetriakse. Punkter med samme y-værdi har samme numeriske x-værdi.

Opgave 50

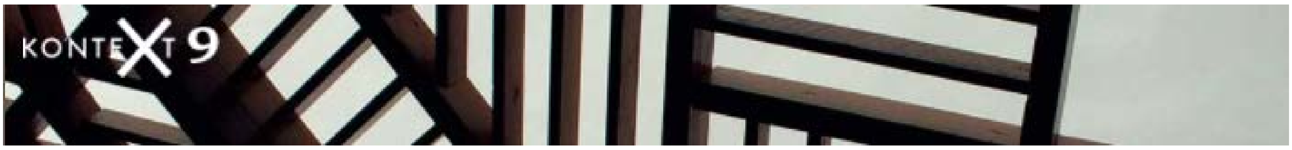
a. 10 m b. 1 m



Opgave 51

a. fx: $f(x) = ½x + 3{,}5$ og $g(x) = -2x + 11$

[Dato]



Facit til

KonteXt +9, Kernebog

Kapitel 5: Formler og ligninger

Facitlisten er en del af KonteXt +9; Lærervejledning/Web
KonteXt +9, Kernebog
Forfattere: Bent Lindhardt og Niels Jacob Hansen
Redaktionel assistance: Birgitte Lindhardt
Ekstern redaktør: Bent Lindhardt
Forlagsredaktion: Susanne Schulian

- et forlag under Lindhardt og Ringhof A/S, Egmont
1. udgave, 1. oplag 2017

ISBN:
www.alinea.dk

Talfigurer side 118-119

Opgave 1

a. To kvadrater, et på $20 \cdot 20$ og et på $4 \cdot 4$, og to rektangler på $4 \cdot 20$.

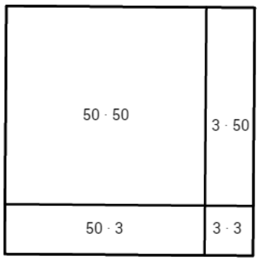
b. Antallet af tern er 400, 16 og 80.

c. Et kvadrat på $24 \cdot 24$ kan opdeles i to mindre kvadrater og to rektangler, som vist på figuren.

Opgave 2

a. Tegning af skitse.

b. Regneudtryk i felter.



c. $50 \cdot 50 + 50 \cdot 3 + 3 \cdot 50 + 3 \cdot 3 = 50^2 + 2 \cdot (50 \cdot 3) + 3^2 = 2500 + 300 + 9 = 2809$

d. $21^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 + 40 + 1 = 441$

$72^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 2 + 2^2 = 4900 + 280 + 4 = 5184$

$91^2 = 90^2 + 2 \cdot 90 \cdot 1 + 1^2 = 8100 + 180 + 1 = 8281$

Opgave 3

a. Sidelængden er $(a + b)$.

b. Arealet af hver af de fire områder er a^2, $a \cdot b$, $a \cdot b$ og b^2.

c. Regneudtryk 1: $(a + b)^2$

Regneudtryk 2: $(a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2) = (a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2)$

Opgave 4

a. $(10 - 1)$

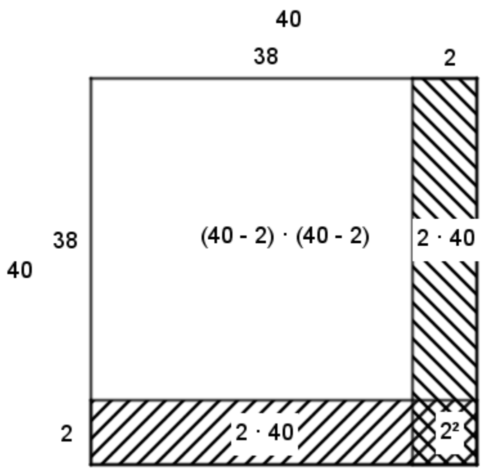
b. $(10 - 1) \cdot 1$

c. $1 \cdot 1$

d. Udgangspunktet er et kvadrat på $10 \cdot 10$, hvor man i højre side fjerner et område på $10 \cdot 1$ og for neden også fjerner et område på $10 \cdot 1$. På den måde har man to gange fjernet et område på $1 \cdot 1$ (kvadratet i nederste højre hjørne), som så skal lægges til.

Opgave 5

a. Skitse



Opgave 6

a. (a - b)

b. $(a - b)^2$

c. Udgangspunktet er et kvadrat på a · a, hvor man i højre side fjerner et område på a · b og for neden også fjerner et område på a · b. På den måde har man to gange fjernet et område på b · b (kvadratet i nederste højre hjørne), som så skal lægges til.

Udfordringen

a.-d.

Udgangspunktet er et kvadrat, hvor der tilføjes et rektangel med sidelængden b. Det samlede areal af den nye figur bliver $a^2 + a \cdot b$.

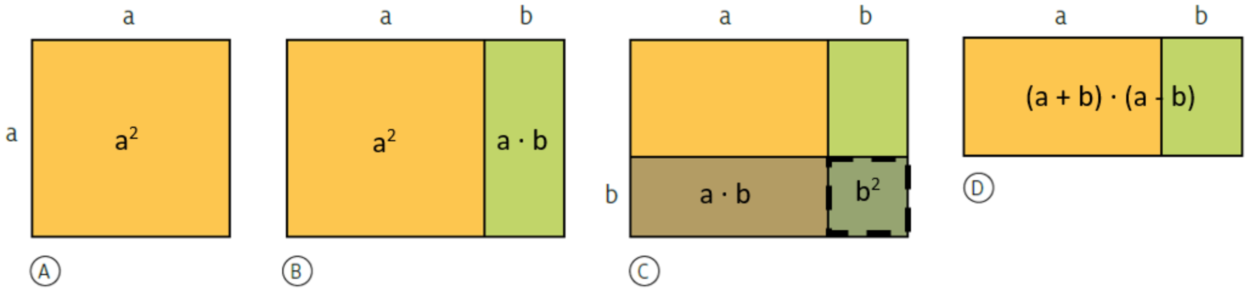
Fra den sammensatte figur skæres rektanglet med sidelængderne b og (a + b) væk. Det stykke der skæres væk har arealet $a \cdot b + b^2$.

Arealet af den øverste del, der er tilbage bliver derfor $a^2 + a \cdot b - (a \cdot b + b^2) = a^2 - b^2$

Sidelængderne i rektanglet til højre er (a + b) og (a - b), derfor er arealet $(a + b) \cdot (a - b)$.

Derfor gælder, at $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$.

Argumentationen kan udfoldes uden at bruge symbolerne.


a
a
a²
A
a
b
a²
a · b
B
a
b
b
a · b
b²
C
a
b
(a + b) · (a - b)
D

Mange gange side 120-121

Opgave 1

a. $(6 + 9 + 12) = 3 \cdot 9$

b. Summen af de tre tal i en stribe er lig med midtertallet ganget med 3.

Opgave 2

a. Tallene kommer efter hinanden i 3-tabellen, hvor man kommer frem til næste tal i tabellen ved at lægge 3 til det foregående tal.

b. $(x - 3) + x + (x + 3) = 3x$ (reduktion af udtrykket)

c. $(x - 5) + x + (x + 5) = 3x$

d. $(x - n) + x + (x + n) = 3x$

Opgave 3

a. $18 + 21 + 24 + 27 + 30 = 120 = 5 \cdot 24$

b. Summen bliver $7 \cdot 42 = 294$

c. Summen af fem på hinanden følgende tal i fx 4-tabellen kan skrives på denne måde:

$(x - 8) + (x - 4) + x + (x + 4) + (x + 8) = 5x$

Opgave 4

a. Tallet n kan være et af tallene {1, 2, 3, …}. Når disse tal ganges med tre får man tallene {3, 6, 9, …}, som er tallene i 3-tabellen.

b. Udtrykket $3n + n = 4n$.

c. Tallene på formen n^2 er kvadrattallene, som ligger på diagonalen i tabellen.

Opgave 5

a. De lige tal er alle tal i 2-tabellen, og et tal i 2-tabellen har formen 2n. Hvis man lægger 1 til det lige tal, får man et ulige tal. Derfor kan alle ulige tal skrives som $2n + 1$.

b. $2n + 2 = 2 \cdot (n + 1)$, derfor er $2n + 2$ også et tal i 2-tabellen.

Opgave 6

a. Tallet 50

b. Tallet 288

c. Tabel

Tal nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Orange tal	2	8	18	32	50	72	98	128	162	200

d. Formel: $2 \cdot (\text{tal nr.})^2 = 2 \cdot n^2$

Opgave 7

Tal nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Blå tal	3	10	21	36	55	78	105	136	171	210

Formel: Blå tal = (tal nr.) · (2 · tal nr. + 1) = $n \cdot (2n + 1) = 2n^2 + n$

Formel: Blå tal = $n^2 + n^2 + n = 2n^2 + n$

Opgave 8

a. Summen = 16 + 20 + 20 + 25 = 81

b. Summen er lig med $(4 + 5)^2$

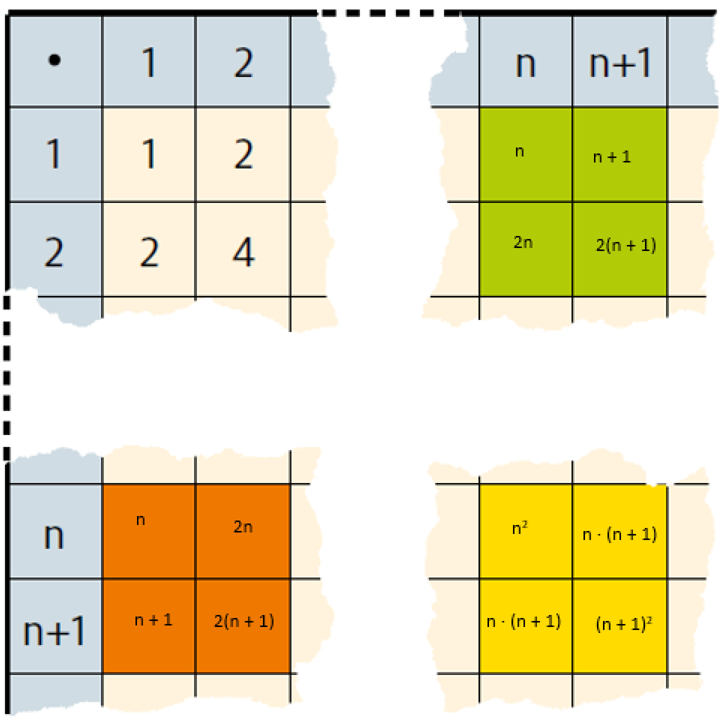
c. Undersøgelse i de to andre gule felter.

$(49 + 56 + 56 + 64) = 169 = 13^2 = (6 + 7)^2$

$(81 + 90 + 90 + 100) = 361 = 19^2 = (9 + 10)^2$

Udfordringen

a.+b.+c.



d. $n^2 + n \cdot (n + 1) + n \cdot (n + 1) + (n + 1)^2 = n^2 + n^2 + n + n^2 + n + n^2 + n + n + 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2$

eller

$n^2 + n \cdot (n + 1) + n \cdot (n + 1) + (n + 1)^2 = n^2 + 2 \cdot n \cdot (n + 1) + (n + 1)^2 = (n + (n + 1))^2 = (2n + 1)^2$

Unipriser side 122 - 123

Opgave 1

a. 16 · 20 + 2 · 40 = 400

b. x par Supersokker koster 20 · x og y par Kummelsokker koster 40 · y. Derfor viser ligningen 20x + 40y = 400 sammenhængen mellem et køb hvor der betales 400 kr. for x Supersokker og y Kummelsokker.

c.

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Opgave 2

a. $20x + 40y = 400$

$40y = -20x + 400$

$y = -\frac{20}{40}x + \frac{400}{40}$

$y = -\frac{1}{2}x + 10$

Opgave 3

a. Fx 14 par Supersokker og 18 par Kummelsokker (mange løsninger).

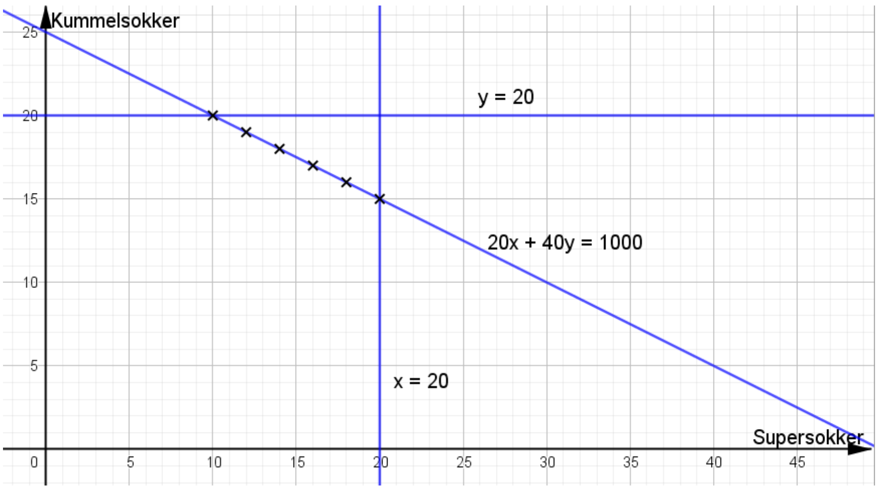
b. $20x + 40y = 1000$

c.

x	0	10	20	30	40	50
y	25	20	15	10	5	0

Opgave 4

a. - b.



c. Punkterne i grafen viser antallet af Supersokker og antallet af Kummelsokker, som Signe kan købe, når alle 3 betingelser er opfyldt.

Opgave 5

a. Hvis Freja køber x T-shirts og Alma køber dobbelt så mange, så køber hun 2x T-shirts. De køber lige mange leggings, som sættes til y for dem begge.

b.

c. Freja køber 3 T-shirts og 5 leggings

d. Alma køber 6 T-shirts og 5 leggings.

Udfordringen

a.

b. Punkterne viser antallet af nederdele og kjoler Unipriser kan købe, når overholder alle tre betingelser. Tabellen herunder viser antallet.

Nederdele	15	20	25	30	35
Kjoler	24	20	16	12	8

I rummet side 124 - 125

Opgave 1

Planet	Afstand i AE	Omløbstid i år
Merkur	0,387	0,241
Venus	0,723	0,615
Jorden	1,00	1,00
Mars	1,52	1,88
Jupiter	5,20	11,86
Saturn	9,55	29,5
Neptun	30,05	164,7

Opgave 2

a. $T = \sqrt{a^3}$

b. $a = \sqrt[3]{T^2}$

Opgave 3

a. $942{,}5 \cdot 10^{6\ \text{km}}$

70 685 834 705 770 300 km ≈ $7{,}069 \cdot 10^{16}$ km

b. 365,25 · 24 timer = 8766 timer (365 · 24 timer = 8760 timer)

Opgave 4

a. Hastighed = 942500000 : 8766 = 107500 km/t

Opgave 5

I første oplag af grundbogen er der en fejl i formlen. Den korrekte formel er:

$T^2 = k \cdot (a + 6500)^3$

a. Satellitten bruger ca. 1,58 timer på et omløb.

b. Her er vist, hvordan cas-værktøjer Wiris kan udføre beregningen.

Opgave 5

$k = \frac{\pi^2}{(1.296 \cdot 10^{12})}$ Definer

$a = 400$ Definer

$T = \sqrt{k \cdot (a + 6500)^3}$ Definer

$T = 1.5817$ Beregn

Opgave 6

a. k ≈ $7{,}615 \cdot 10^{-12}$

b. a = $\sqrt[3]{\frac{T^2}{k}}$ - 6500

Udfordringen

Med den korrekte formel vil den geostationære bane befinde sig ca. 35 790 km over jordoverfladen målt ved ækvator.

Løs en ligning side 130 -133

Førstegradsligninger

Opgave 1

d. x = 2

Opgave 2

Fra trin 1 til trin 2 - der trækkes 4 fra på begge sider af lighedstegnet.
Fra trin 2 til trin 3 - der divideres med 2 på begge sider af lighedstegnet.

Opgave 3

a. x = 20 b. x= 3 c. x = 9

Opgave 4

a.
Fra trin 1 til trin 2 - der trækkes 10 og 1x fra på begge sider af lighedstegnet.
Fra trin 2 til trin 3 - der divideres med 5 på begge sider af lighedstegnet.

b. Hvis værdierne på begge sider af lighedstegnet er lige store er det ligegyldigt hvor de står.

Opgave 5

a. x = 1 b. x = $-\frac{1}{2}$ c. x = 0 d. x = $-\frac{1}{2}$

Opgave 6

Trin 1: -(x+1) = 2x +8
Trin 2: -x - 1 =2x + 8 (hæve parentesen)
Trin 3: -3x = 9 (trække 2x fra på begge sider og lægge 1 til på begge sider)
Trin 4: x = -3 (dividere med -3 på begge sider)

Opgave 7

a. x = -2,5 b. x = -2 c. x = -3 d. x = -5

Opgave 8

a. x = -4	b. x = -4	c. x = -2	d. x = -0,4

Opgave 9

a. Der er ganget med 3 (samme tal) på begge sider af lighedstegnet.

Opgave 10

a. x = 20	b. x = 20	c. x = -4	d. x = 0,2
e. x = 8	f. x = 8		

Opgave 11

a. x = 6	b. x = 2	c. x = 12

Andengradsligninger

Opgave 12

a. x = 3 eller x = -3	b. x = 5 eller x = -5	c. x = 6 eller x = -8	d. x = 2 eller x = -12

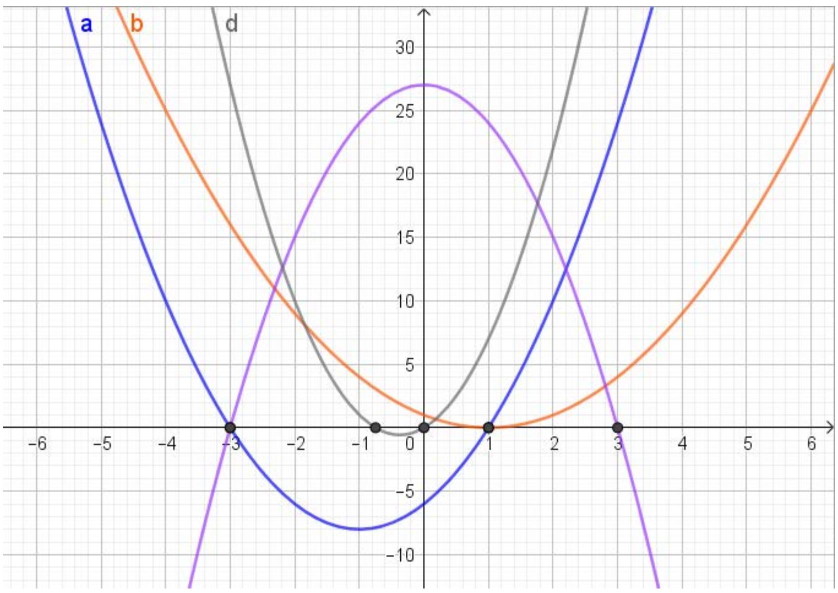
Opgave 13

a. a = 2, b = 4, c = -6	b. a =1, b = -2, c = 1
c. a = -3, b = 0, c = 27	d. a = 4, b = 3, c = 0

Opgave 14

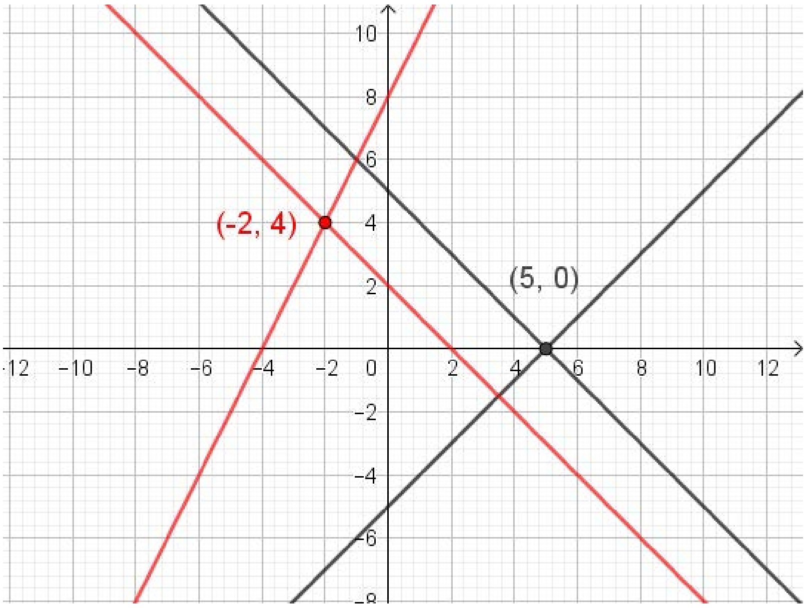
a. x = -3 eller x = 1	b. x = 1	c. x = - 3 eller x = 3	d. x = -0,75 eller x = 0

Opgave 15



Ligningssystemer

Opgave 1



a. x = 5 og y = 0

b. x= -2 og y = 4

Opgave 2

a.

Fra trin 1 til trin 2 - ligning 1's venstreside er lig med ligning 2' højreside, da y = y.

Fra trin 2 til trin 3 - der lægges x til på begge sider af lighedstegnet og trækkes 3 fra på begge sider af lighedstegnet.

Fra trin 3 til trin 4 - der divideres med 3 på begge sider af lighedstegnet.

Trin 5 - værdien for x sættes ind i ligning 2.

Fra trin 5 til trin 6 - værdien for y beregnes.

b. $5 = 2 \cdot 1 + 3$ og $5 = -1 + 6$

Opgave 3

a. x = 2 og y = 2 b. x = 6 og y = -6 c. x = -3 og y = 4 d. x = 1 og y = $2\frac{1}{3}$

Opgave 4

Brug af cas-værktøj til ligningsløsning.

Opgave 4

$$\begin{aligned} x+y&=5 \\ x-y&=5 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x&=5 \\ y&=0 \end{aligned}$$ Beregn: løs

$$\begin{aligned} 3x+3y&=6 \\ 2x-y&=-8 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x&=-2 \\ y&=4 \end{aligned}$$ Beregn: løs

$$\begin{aligned} y&=x \\ y&=3x-4 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x&=2 \\ y&=2 \end{aligned}$$ Beregn: løs

$$\begin{aligned} 2y+4x&=12 \\ 2y+6x&=24 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x&=6 \\ y&=-6 \end{aligned}$$ Beregn: løs

$$\begin{aligned} x&=3y-15 \\ x&=13-4y \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x&=-3 \\ y&=4 \end{aligned}$$ Beregn: løs

$$\begin{aligned} 3y&=4x+3 \\ 2x-6y+12&=0 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x&=1 \\ y&=\frac{7}{3} \end{aligned}$$ Beregn: løs

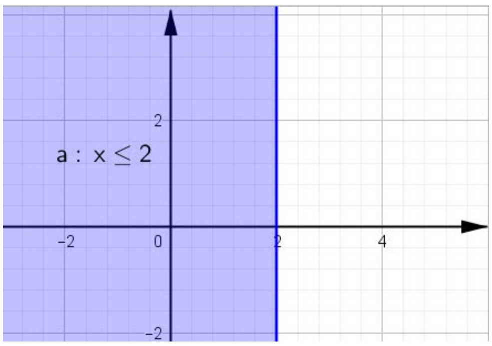
Uligheder

Opgave 1

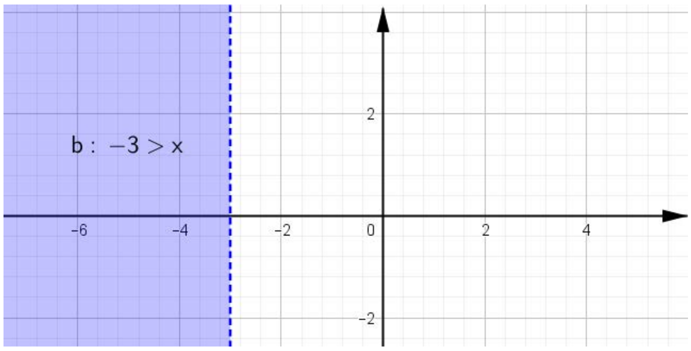
a. x-værdierne er større end eller lig med 2 og mindre end 5. ($2 \leq x < 5$)

Opgave 2

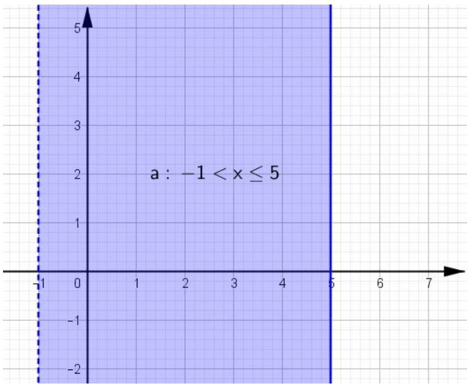
a.



b.



c.



Opgave 3

a. Alle x-værdier er større end eller lig med 2.

b. $x \geq 2$

c. Løsning ved tegning

1) $x < 1$

2) $x \leq -\frac{1}{2}$

3) $x > -1$

Opgave 4

a.

Fra trin 2 til trin 3 - der trækkes 3 fra på begge sider af ulighedstegnet

Fra trin 3 til trin 4 - der divideres med sammen positive tal på begge sider af ulighedstegnet.

Fra trin 4 til trin 5 - uligheden løses ved at udføre divisionen.

b. $x < -1$	c. $x > 8$	d. $x < 1$
e. $x < 3$	f. $x < 2$	g. $x < 4$

Opgave 5

a.

Fra trin 1 til trin 2 - der divideres med -3 på begge sider af ulighedstegnet og ulighedstegnet bliver vendt.

b.

1) $x > -4$

2) $x > -4$

3) $x>0$

Breddeopgaver side 134 - 138

Opgave 1

a. 17	b. 8	c. 7	d. $2\,\frac{1}{6}$

Opgave 2

a. 2	b. -10	c. -4

Opgave 3

a. 0	b. -7	c. 7	d. $2\,\frac{7}{12}$

Opgave 4

a. $6a + 2b$	b. $-9a$	c. $3{,}5ab$

Opgave 5

a. $a - 5b$	b. $-10b - 10z$	c. $-a$	d. $6x + 2y$
e. $-8a + 7b$			

Opgave 6

a. x^2	b. $\frac{ab^2}{2}$	c. $2a$	d. a^2b
e. $x - 3$	f. $x - 6$		

Opgave 7

a. a^5	b. a^6	c. a^2	d. a^{-2}
e. a^{-3}			

f. 2 (I første oplag af grundbogen er opgaven forkert, den korrekte opgave er a · 2 : a)

Opgave 8

a. $2(8a + 9b)$ b. $8(2x^2 + 3)$ c. $13x(4x + 3)$ d. $5a(4b + c)$

Opgave 9

a. $\frac{5a}{3}$ b. $\frac{3x}{4}$ c. $\frac{7a}{10}$ d. $-\frac{1}{2x}$

e. $\frac{(4+x^2)}{2x}$ f. $\frac{(2x^2+2)}{3x}$

Opgave 10

a. $28 - 14x$ b. $a + 2{,}5$ c. $6x^2 - 12xy$ d. $15xy + 25x^2$

Opgave 11

a. $xy + 6x + 5y + 30$ b. $10x^2 - 41x + 40$ c. $12y^2 + 2z^2 + 10yz$ d. $9a^2 – b^2$

Opgave 12

a. $4a^2 + b^2 + 4ab$ b. $9x^2 + 4y^2 - 12xy$ c. $25 + 9x^2 - 30x$

Opgave 13

a. $(x + 3y)^2$ b. $(5a - b)^2$ eller $(b - 5a)^2$ c. $(4v - 4w)^2$ eller $(-4v + 4w)^2$

Opgave 14

a. $(x - 2y) \cdot (x + 2y)$ b. $(3a + 4b) \cdot (3a - 4b)$ c. $(-5z + 5w) \cdot (5z + 5w)$

Opgave 15

a. $x = 7$ b. $x = 3$ c. $x = -1$ d. $x = 2{,}6$

Opgave 16

a. $x = 14$ b. $x = 0{,}4$ c. $x = 0{,}5$ d. $x = 0{,}25$

Opgave 17

a. $x = 10$ b. $x = 6$ c. $x = 2\frac{2}{3}$ d. $x = 2$

Opgave 18

a. $x = 6$ b. $x = 0{,}25$ c. $x = -5$ d. $x = -1$

Opgave 19

a. $x < 3$ b. $x \geq 11$ c. $x \leq 10$ d. $x > -2$

Opgave 20

a. $x < -6$ b. $x \geq 1\frac{7}{8}$ c. $x < 10$ d. $x > 6$

Opgave 21

a. s = 5, s = 5,4 (I første oplag af bogen er en trykfejl, der skulle have stået: Et kvadrat har et areal på mellem 25 m^2 og 36 m^2.

b. $5 < s < 6$ eller s er mellem 5 og 6

Opgave 22

a. x = 5 og y = 24 b. x = 3 og y = -1 c. x = 8 og y = -3

Opgave 23

a. 3x + 4y = 35 og 4x + 2y = 20

b. Slikkepinde koster 1 kr. pr. stk. og slikposer koster 8 kr. pr. stk.

Opgave 24

a. Skæringspunkt (1,2)

b. y = 2x og y = -x + 3

c. x = 1 og y = 2

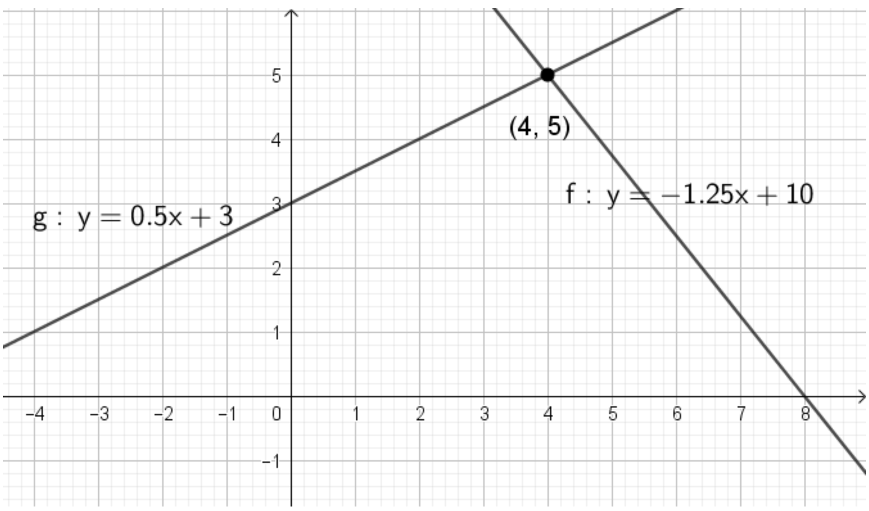
Opgave 25

a.

1) de to linjer er parallelle, så der er intet skæringspunkt.

2) De to linjer skærer hinanden på y-aksen i punktet (0,-5).

b. Fx:



Opgave 26

a. x = 2 eller x = -2 b. x = 0 eller x = 2 c. x = 0 eller x = -4

d. x = 1 e. x = -2 f. x = 5

Opgave 27

a. $a \cdot b$ b. $2a + 2b = 2(a + b)$

Opgave 28

a. $12\ a$ b. $5a^2$

Opgave 29

a. $4a + 6b$ b. $a^2 + 2b^2 + ab$

Opgave 30

a. $(2a + b)$

b. lyseblå: $4a^2$, lyserød: $2ab$, rød: b^2

c. $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$

Opgave 31

a. 32 b. Antallet vokser med 5 c. $\text{Figur}(n) = 7 + 5 \cdot n$

Opgave 32

a. 28 b. Antallet vokser med 4 c. $\text{Figur}(n) = 8 + 4 \cdot n$

Opgave 33

a. $x + (x + 25) = 325$

b. Den billigste taske koster 150 kr. og den dyreste koster 175 kr.

Opgave 34

a. S = 2110 kr. b. SU = 6380 kr. c. F = 2650 kr.

Opgave 35

a. $2 \cdot (x + (x+8)) = 40$

b. Den korte side er 6 cm og den lange side er 14 cm.

Opgave 36

a. $(x + 3) \cdot 5 = 50$ b. Peter tænker på 7

Opgave 37

a. 15 300 kr. b. ca. 654 danske kroner. c. 750

Opgave 38

a. O = 25$\pi \approx$ 78,54 b. r = 100, hvis pi $\approx$ 3,14

Opgave 39

Udtrykket der svarer til beregningen er:(((x · 50 +100) · 2 : 10) - 20) : 10

Udtrykket kan reduceres til x

(((x · 50 +100) · 2 : 10) - 20) : 10

((100x + 200) : 10) - 20) : 10

(10 x + 20 - 20) : 10

10 x : 10 = x

Opgave 40

a. Hvis a = -2 gælder, at a^2 =4 og a^3 = - 8

b. Hvis a = 0,25 gælder, at √0,25 = 0,5

c. Hvis a er lige gælder, at a = 2 · b. Så gælder, at a^3 = 8 · b^3. Når et tal ganges med 8 er det et lige tal.

Opgave 41

I opgave 41 er der trykfejl ved delopgave b, c og d. De korrekte delopgaver er:

b. summen af tre på hinanden følgende tal fx 5 + 6 + 7 altid er deleligt med 3.

c. summen af tre på hinanden følgende lige tal fx 12 + 14 + 16 altid er deleligt med 6.

d. hvis et lige tal (2n) ganges med et ulige tal (2m + 1) vil produktet altid være lige.

a. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a \cdot d}{b} = \frac{c \cdot d}{d} \Leftrightarrow \frac{a \cdot d \cdot b}{b} = \frac{c \cdot d \cdot b}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$

b. Tre tal i rækkefølge: a + (a + 1) + (a + 2) = 3a + 3 = 3 · (a + 1) Dette tal er med sikkerhed med i 3-tabellen og derfor deleligt med 3.

c. Tre lige tal i rækkefølge: 2b + (2b + 2) + (2b + 4) = 6b + 6 = 6 · (b +1) Dette tal er med sikkerhed med i 6-tabellen og derfor deleligt med 6.

d. 2n · (2m + 1) = 4nm + 2n = 2 · (2nm + n). Dette tal er med sikkerhed med i 2-tabellen og derfor deleligt med 2.

Opgave 42

a. $x^{n-1} \cdot x^{n} \cdot x^{n+1} = x^{(n-1)+n+(n+1)} = x^{3n}$

b. $\frac{x^n}{x^{n-1}} = x^{n-(n-1)} = x^1 = x$

c. $\frac{1}{x^n} \cdot x^{n+1} = x^{-n+(n+1)} = x^1 = x$

Opgave 43

a. S = 121 527

Opgave 44

a. Summen bliver 34, fordi (1 + 2 + … + 15 + 16)/4 = 136/4 = 34

b. Flere løsninger fx

12	6	1	15
13	3	8	10
7	9	14	4
2	16	11	5

Opgave 45

a. $h = \frac{2A}{(a+b)}$

b. $b = \frac{2A}{h} - a$

c. b = 3

Opgave 46

a. Kondital = 40

b. Puls ved sidste måling 70

Opgave 47

a. Påstanden er altid sand. Summen af to nabotal er n + (n + 1) = 2n +1, som altid er et ulige tal.

b. Påstanden er aldrig sand. Se ved spørgsmål a.

c. Påstanden er forkert, men nogen gange kan et ulige tal skrives som en sum af tre på hinanden følgende tal. Fx gælder, at 21 = 6 + 7 + 8. Alle ulige tal i 3-tabellen kan skrives på denne måde.

d. Påstanden er forkert, men nogle gange kan et lige tal skrives om en sum af fire på hinanden følgende tal. Fx gælder at 26 = 5 + 6 + 7 + 8. Alle lige tal, der ikke er med i 4-tabellen kan skrives som en sum af fire på hinanden følgende tal.

Opgave 48

a. $11^2 - 10 \cdot 12 = 1$

b. Resultatet bliver altid 1

c. $m^2 - (m - 1) \cdot (m + 1) \quad = \quad m^2 - (m^2 - 1) \quad = \quad 1$

Opgave 49

Her er flere mulige løsninger

AAAA eller BBB BBB BBB eller CCCC CCCC CCCC CCCC eller …

Ved at betragte de to øverste vægte kan man se at

A = CCCC og A = BBB

Opgave 50

a. $\frac{1}{5}x + y$

Opgave 51

a. Et eksempel: Tallet 12 kan ikke skrives som en sum af to på hinanden følgende tal, da 12 = 1 + 11 = 2 + 10 = 3 + 9 = 4 + 8 = 5 + 7 = 6 + 6, hvilket viser, at det ikke er muligt.

b. Et eksempel: 0,5 : 0,25 = 2, som er større end både dividend og divisor.

c. $3{,}8 \cdot 10 = 38$ $(3{,}8 \cdot 10 \neq 3{,}80)$

d. Da 2 er et primtal gælder reglen ikke.

e. Et eksempel: 4 går ikke op i 7 og 4 går ikke op i 13, men 4 går op i (7 + 13 = 20)

f. Et eksempel: Kvadratroden af 0,49 er 0,7 som er større end 0,49.

Opgave 52

I tabellen er skrevet de første 10 kvadrattal.

Tal	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kvadrattal	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Alle kvadrattal større end 10 kan skrives på denne form $(10b + a)^2$, hvor a er et 1-cifret tal.

$(10b + a)^2 = 100b^2 + 20ab + a^2 = 10(10b^2 + 2ab) + a^2$

Ved at se på omskrivningen kan man se, at sidste ciffer i et kvadrattal er det sidste ciffer fra et 1-cifret tal, og da sidste ciffer i de encifrede tal er 1, 4, 9, 6, 5 og 0 må sidste ciffer i et kvadrattal være et af disse cifre.

Opgave 53

a.

$47\,358 = 4 \cdot 10\,000 + 7 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8$

$47\,358 = 4 \cdot (9\,999 + 1) + 7 \cdot (999 + 1) + 3 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 +1) + 8$

$47\,358 = 4 \cdot 9\,999 + 4 + 7 \cdot 999 + 7 + 3 \cdot 99 + 3 + 5 \cdot 9 + 5 + 8$

$47\,358 = 4 \cdot 9\,999 + 7 \cdot 999 + 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 + 4 +7 +3 +5 +8$

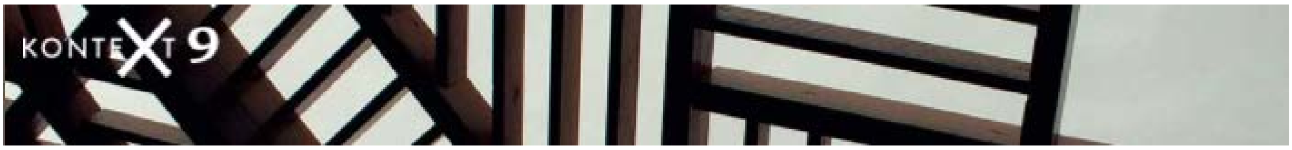
b. 9 går op i $4 \cdot 9\,999 + 7 \cdot 999 + 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 = (4 \cdot 1\,111 + 7 \cdot 111 + 3 \cdot 11 + 5) \cdot 9$, derfor går 9 op i denne del af tallet, hvis 9 går op i $(4 + 7 + 3 + 5 + 8)$ vil 9 gå op i hele tallet.

Opgave 54

Flere løsninger fx disse to

1	6	5	4
	3	5	6
2	0	1	0

1	7	5	3
	2	5	7
2	0	1	0



Facit til

KonteXt +9, Kernebog

Kapitel 6: Vækst, procent og økonomi

Facitlisten er en del af KonteXt +9; Lærervejledning/Web
KonteXt +9, Kernebog
Forfattere: Bent Lindhardt, Niels Jacob Hansen, Mette Christensen og Lars Busch Johnsen
Ekstern redaktør: Bent Lindhardt
Forlagsredaktion: Susanne Schulian

- et forlag under Lindhardt og Ringhof A/S, Egmont
1. udgave, 1. oplag 2018

Var varerne billigere? side 142 - 143

Opgave 1

a. 7 øre

b. 107 : 4 = 26,75 kr. Som svarer til ca. 27 øre.

c. 176 øre = 1,76 kr.

Opgave 2

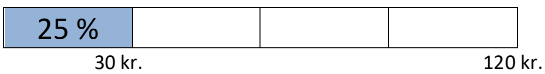
a. 75 kr.

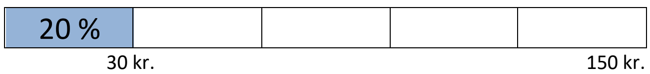
b. Varens pris kan udregnes som 25 % * 60 + 60. Det er det samme som 25 % * 60 + 100 % * 60 = 125 % * 60 = 1,25 * 60.

c. Regneudtryk: 1), 3), 4), 5) og 7)

Opgave 3

a. En vare med moms har fået lagt $\frac{1}{4}$ af den oprindelige pris oveni. Det betyder at momsen nu udgør $\frac{1}{5}$ af den endelige pris. Derfor fjernes $\frac{1}{5}$ eller 20 % af 150 kr. = 30 kr. Prisen uden moms bliver 120 kr.





b. Regneudtryk: 1), 2), 3) og 4)

c.

Vare	Pris med moms	Pris uden moms
½ kg oksekød	55,00 kr.	44,00 kr.
Smør pr. kg	48,50 kr.	38,80 kr.
36 æg	81,50 kr.	65,20 kr.
10 kg kartofler	60,00 kr.	48,00 kr.
1 kg sukker	11,00 kr.	8,80 kr.
1 øl (0,33 liter)	6,50 kr.	5,20 kr.
70 cl brændevin	140,00 kr.	112,00 kr.
250 g kaffe	32,50 kr.	26,00 kr.

Opgave 4

a. 88,00 kr.

b. 87,10 kr.

c. $\frac{87,1}{0,9}$ = 96,777 ≈ 10 000 %

Opgave 5

a.

Vare	Pris for 100 år siden	Pris i dag (uden moms)	Procentvis forskel
1 kg oksekød	0,90 kr.	88,00 kr.	9 678 %
250 g smør	0,54 kr.	9,70 kr.	1 696 %
6 æg	0,37 kr.	10,87 kr.	2 838 %
5 kg kartofler	0,35 kr.	24,00 kr.	6 757 %
2 kg sukker	1,07 kr.	17,60 kr.	1 545 %
1 øl (0,5 liter)	0,11 kr.	7,88 kr.	7 064 %
1 L brændevin	0,37 kr.	160,00 kr.	43 143 %
0,5 kg kaffe	1,07 kr.	52,00 kr.	4 760 %

b. Som eksempel kan nævnes at sukker og mejerivarer har haft den laveste procentvise stigning, hvorimod brændevin har langt den største procentvise stigning på ca. 43 000 %.

Opgave 6

a. 2 timer + 15 min

b. Pris med moms: 1 kg oksekød = 110 kr. 1 time + 22,5 min

Pris uden moms: 1 kg oksekød = 88 kr. 1 time + 6 min

Opgave 7

a. Vælg den blå eller den grønne kolonne ved sammenligningen.

Vare	Arbejdstid for 100 år siden (timer)	Arbejdstid i dag (timer) (priser uden moms)	Arbejdstid i dag (timer) (priser med moms)
1 kg oksekød	2,25	1,1	1,3
250 g smør	1,35	0,12	0,150
6 æg	0,925	0,136	0,170
5 kg kartofler	0,875	0,3	0,375
2 kg sukker	2,675	0,22	0,275
1 øl (0,5 liter)	0,275	0,099	0,123
1 L brændevin	0,925	2	2,5
0,5 kg kaffe	2,675	0,65	0,813

b. Et svar kunne være: Alle varer på nær brændevin. Sukker er blevet meget billigere.

c. De produkter der blev fremstillet tidligere, er formodentlig anderledes end dem der er i dag - så de er ikke helt sammenlignelige.

Vækst og opsparing side 92 – 93

Opgave 1

a. - b. 150 måneder c. –

Opgave 2

a. f(x) = antal måneder * 100 kr. + 5000 kr. (startbeløbet)
b. -

Opgave 3

a. Startbeløbet er 3000 kr. Der indbetales 200 kr. hver måned.
b. I GGB angives skæringspunktet til x = 20 måneder. Opsparingen er større efter 20 måneder.

Opgave 4

a. I begge tilfælde er opsparingen et fast månedligt beløb.
b. En lineær funktion.

Opgave 5

a.

Startværdi		3000	kr.
Rentesats		5%	
Rentetilskrivning	Før	Rente	Efter
0			3000
1	3000	150	3150,00
2	3150	157,50	3307,50
3	3307,50	165,38	3472,88
4	3472,88	173,64	3646,52
5	3646,52	182,33	3828,84
6	3828,84	191,44	4020,29
7	4020,29	201,01	4221,30
8	4221,30	211,07	4432,37
9	4432,37	221,62	4653,98
10	4653,98	232,70	4886,68
11	4886,68	244,33	5131,02
12	5131,02	256,55	5387,57
13	5387,57	269,38	5656,95
14	5656,95	282,85	5939,79
15	5939,79	296,99	6236,78
16	6236,78	311,84	6548,62

b. Den udregner renten af beløbet fra cellen før.
c. Ved den 11. rentetilskrivning: 5131,02 kr.
d. Ved den 15. rentetilskrivning: 6236,78 kr.
e. Efter den 29. rentetilskrivning.

Opgave 6

a. K_n = Det beløb man får, når der er tilskrevet rente n gange.
K_0 = Startbeløb.
r = Rentesats.
n = Antal rentetilskrivninger (terminer).
b. $3000 \cdot (1 + 0{,}05)^3 \approx 3472{,}88$ kr.

Opgave 7

a. $8296 = x \cdot (1 + 0{,}05)^5$
$x = 6500{,}00$ kr.

Opgave 8

a. $\sqrt[4]{10} \approx 1{,}778$
b. $4208 = 3000 \cdot (1 + x)^3$
$x \approx 0{,}119$ Det giver en rentesats på 12 %.

Opgave 9

a. 90% = 0,9
b. Efter 2 måneder må det være $(0{,}9 \cdot 6200) * 0{,}9 = 0{,}9 * 0{,}9 * 6200 = 0{,}9^2 * 6200$
c. Efter 39 måneder er der 101,82 kr. tilbage.
d. $0{,}9^x \cdot 6200$

Opgave 10

a. y = Det beløb man får, når der er tilskrevet rente x gange.
b = Startbeløb.
a = (1 + rentesatsen)
x = Antal rentetilskrivninger (terminer).
b. $y = 3000 \cdot 1{,}05^x$

Opgave 11

a.

x (år)	0	1	2	3	4	5
y (kr.)	5000	5500	6050	*6655*	*7320,50*	*8052,55*

b. $5000 \cdot 10\% = 500$ $5000 + 500 = 5500$ $5500 \cdot 10\% = 550$ $5500 + 550 = 6050$
c. a = 1,1
d. b = 5000

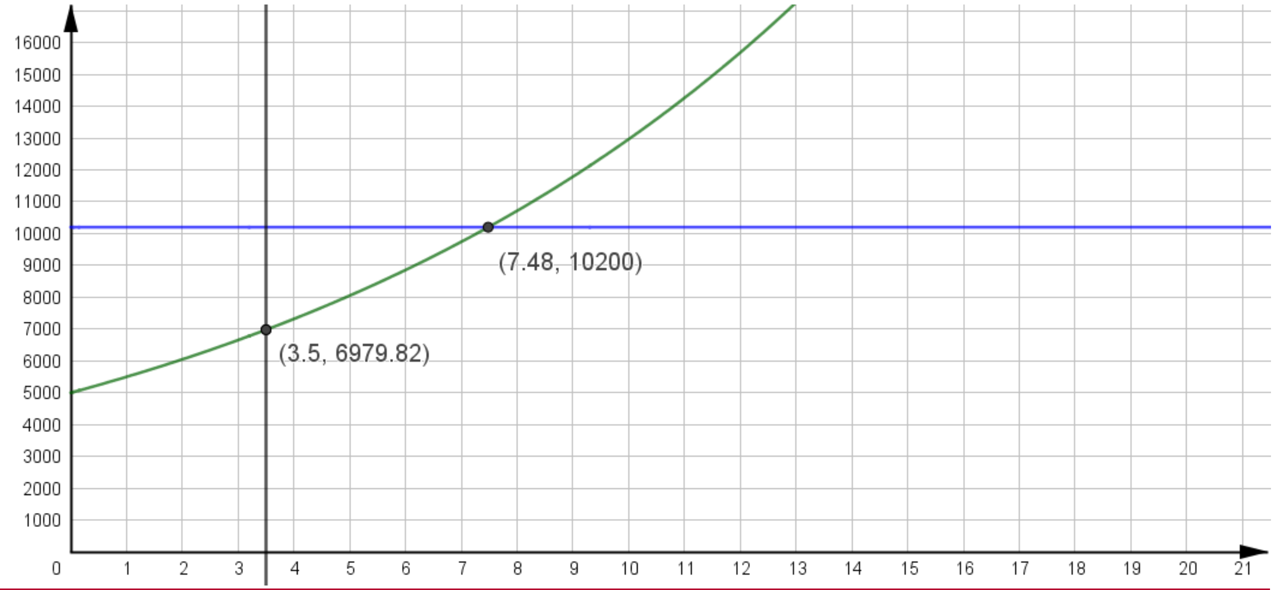
Opgave 12

a. –

b. Da der er en fast vækst på 10% i tabellen kan vi beskrive funktionen som y = 5000 * $1{,}1^x$.

c. ca. 7000 kr.

d. ca. 7½ år.



Opgave 13

a. f(0) = 1000   f(1) = 1500

b. Væksten er på 500 - hvilket svarer til en procentuel vækst på 500/1000 = 50%

c. f(2) = 1000 · $1{,}5^2$ = 2250

d.

x	0	1	2	3	4	5
y	1000	1500	2250	3375	5062,50	7593,75

Opgave 14

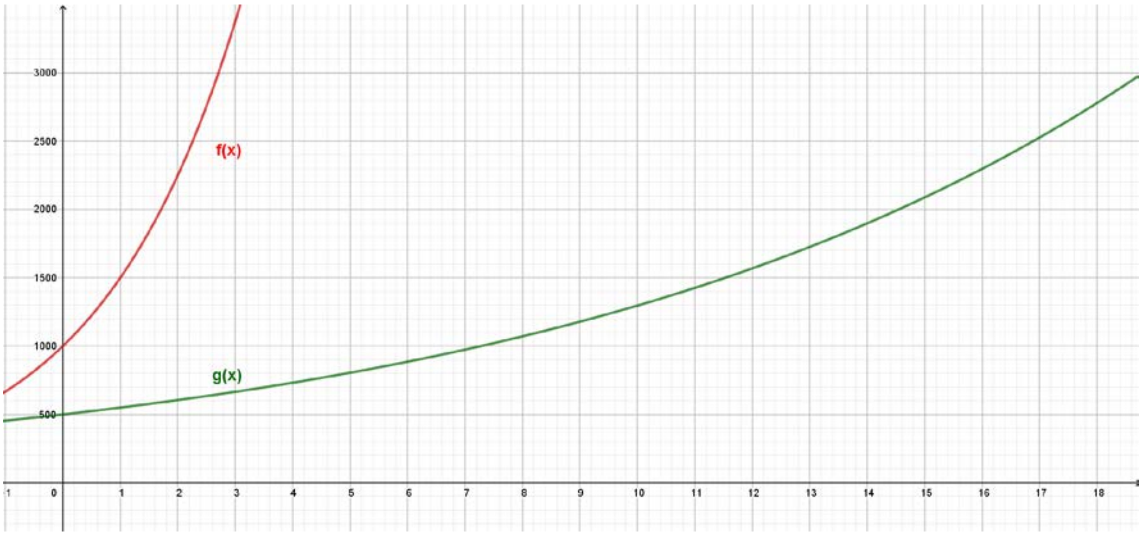
a. Formlen f(x) = b · a^x Hvis b = 1000 og a = 1 + 0,5 = 1,5 giver det: f(x) = 1000 ·$1{,}5^x$

b. Opsparingen starter med 1000 kr. Hver termin indsættes der 50% af det beløb, der indtil da er opsparet.

Opgave 15

a. g(x) = 500 · $1{,}1^{x}$

b.



c. Funktionen f(x) vokser hurtigere end g(x).

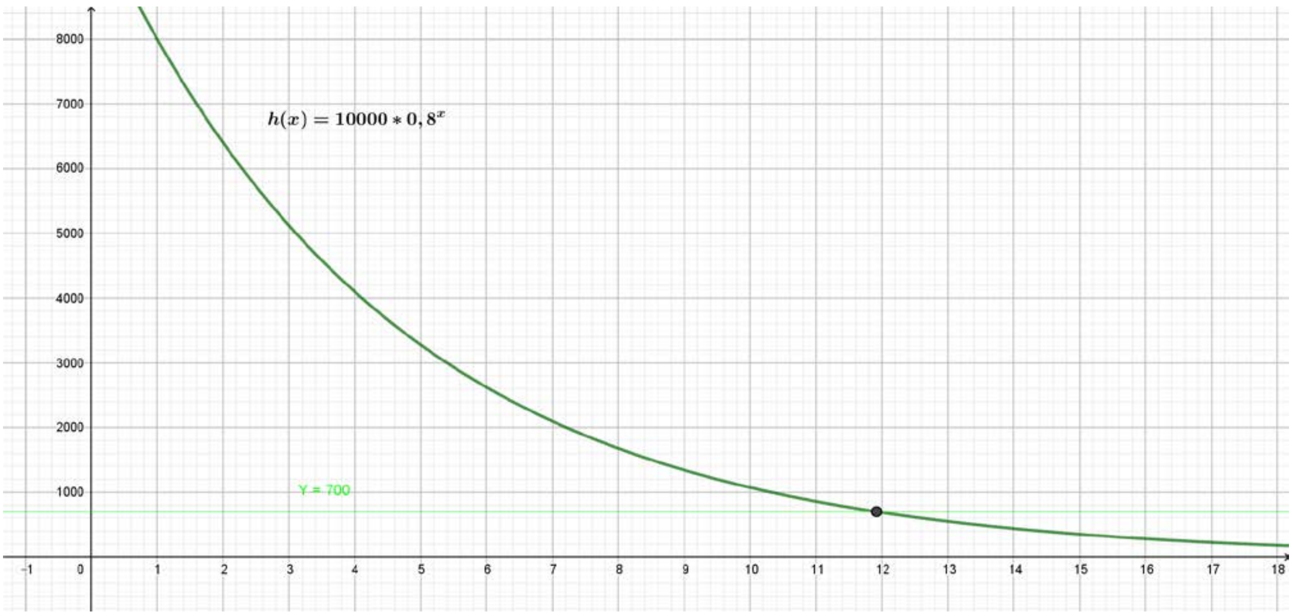
Opgave 16

a. h(0) = 10 000 h(1) = 8 000

b. Renteformlen: K_n = K_0 · (1 + r)^{n} hvilket giver h(x) = 10000 · $(1-0{,}2)^{x}$ = 10 000 · $0{,}8^{x}$

Opgave 17

a.



b. ca. 12 år.

Udfordringen

a. Hvis a = 0 fremstår ligningen som y = b * 0^x som vil kunne skrives som y = 0 hvilket ikke er en vækstkurve.

b. Hvis a er negativ kan en funktion se sådan her ud: y = -2^x. I virkeligheden bør man tydeliggøre det ved at skrive $(-2)^x$ idet - (2^x) indeholder en positiv a-værdi. Det sidste tilfælde vil man se en pæn aftagende kurve hvis man skriver funktionen i GeoGebra.
Holder vi fast i den negative a værdi får vi imidlertid et problem idet funktionsværdien vil ændre henholdsvis positiv og negativ værdi alt efter om x værdien er lige eller ulige fx

x	1	2	3	4
y	-2	4	-8	16

c. Hvis b er negativ fx y = 2^x * -20 vil der komme en spejlet udgave af y = 2^x * 20. Da det imidlertid er uhensigtsmæssig at have en positiv fremskrivningsfaktor som giver negative resultater er denne mulighed valgt fra i definitionen af den eksponentielle funktion.

d. Hvis b = 0 vil det svare til ligningen y = 0 og dermed være sammenfaldende med x-aksen

e. Hvis a = 1 er der tale om en lineær funktion y = b, som bliver en vandret linje gennem punktet b på y-aksen.

Hvilket lån er bedst? Side 148 – 149

NB: De beregninger af ÅOP som indgår i scenariet er valgt ud fra en forenkling idet den officielle formel er noget kompliceret. Det kan betyde forskelle mellem ÅOP beregninger på visse hjemmesider og de beregninger, der foregår i dette scenarie.

Opgave 1

a. 6707 kr. b. 9935 kr.

c. Mulighed 1: 1808 kr. Mulighed 2: 5036 kr.

d. Man kan fx vælge ud fra hvad der billigst og så vil valget være mulighed 1. Det kan dog også betyde noget at lånet er over flere år hvormed at den månedlig ydelse bliver mindre.

Opgave 2

a. 5856 kr. b. 6192 kr.

c. De penge som man har lånt kan ikke lånes ud til andre og det tager man sig betalt for. At det sker ud fra en procentuel vækst frem for fx en lineær vækst er mest tradition.

Opgave 3

a. 1) 6707 – 4899 = 1808 2) 1808 : 4899 = 0,36905 3) - 4) 0,36905 ≈ 37 %

b. Mulighed 2:	(5036 : 4899) : 3	≈ 34 %
Mulighed 3:	(957 : 4899)	≈ 20 %
Mulighed 4:	(1293 : 4899) : 3	≈ 9 %

c. Banklånene er billigere end de to første lånemuligheder med en ÅOP på henholdsvis 20% og 9% overfor 37% og 34%. Sammenlignes banklånene kunne det se ud til, at mulighed 4 med en ÅOP på 9% er at foretrække, men da lånet strækker sig over 3 år, betyder det at man kommer til at betale mere end i mulighed 3.

Opgave 4 1. udgave 1.oplag

Følgende sætning slettes:

"De samlede omkostninger inkl. oprettelsesgebyr opgøres til 4603."

Der indgår ikke noget stiftelsesgebyr

a. ((534 · 18) – 5000 = 4612 (4612 : 5000) : 1,5 ≈ 0,61 og dermed en ÅOP på 61%

Opgave 4 Fra 1. udgave 2. oplag

a. $\frac{\frac{320\cdot 24-5000}{5000}}{2}=\frac{67}{250}=0{,}268$ og dermed en ÅOP på 26,8%

b. $\frac{525\cdot 12-5000}{5000}=0{,}26$ og dermed en ÅOP på 26,0 %

Opgave 5 1. udgave 1. oplag

a. 5100 kr. b. 6341,21 kr. c. ÅOP = 29,4 %

Opgave 5 Fra 1. udgave 2. oplag

Situation a

Lån		kr. 5 000,00
Ydelse månedlig		kr. 320,00
Antal terminer		24
Beregning		
Månedlig rente		3,76%
ÅOP		**55,77%**
Lærkes ÅOP	54%	**26,80%**

Situation b

Lån		kr. 5 000,00
Ydelse månedlig		kr. 525,00
Antal terminer		12
Beregning		
Månedlig rente		3,75%
ÅOP		**55,51%**
Lærkes ÅOP	26%	**26,00%**

Lærkes ÅOP er mindre end den ÅOP-beregneren kommer frem til, men den viser korrekt, hvilket lån der er dyrest.

Opgave 6

a. –

Udfordringen

a. - b. -

Husvild – hvad skal vi købe? Side 150 - 153

Opgave 1

a. Der bliver fratrukket skat, pensionsbidrag, feriepenge m.m., inden man får det resterende af månedslønnen udbetalt.

b. El, varme, vand, forsikringer, mad, tøj, fritidsinteresser, m.m.

c. 500 kr. d. 10 700 kr.

Opgave 2

a. 25 000 kr. b. –

Opgave 3

a. Et kvart år = 3 måneder. b. Samlet 7 kvartaler.

c. 120 000 kr. d. 6,00% e. 1 880 000 : 2 000 000 = 0,94 = 94%

Opgave 4

a.

Prisindeks for boligpriser								
Kvartal	K1 år 0	K2 år 0	K3 år 0	K4 år 0	K1 år 1	K2 år 1	K4 år 1	K4 år 1
Pris	1 880 000	1 920 000	1 980 000	2 000 000	2 060 000	2 080 000	2 060 000	2 080 000
Indekstal	94	96	99	100	103	104	103	104

Opgave 5

a.

Prisindeks for boligpriser								
Kvartal	K1 år 0	K2 år 0	K3 år 0	K4 år 0	K1 år 1	K2 år 1	K4 år 1	K4 år 1
Pris	1 880 000	1 920 000	1 980 000	2 000 000	2 060 000	2 080 000	2 060 000	2 080 000
Indekstal	100			106		111		

b. 2 080 000 – 1 880 000 = 200 000 200 000 : 1 880 000 ≈ 0,11 = 11%

Indekstallet bliver da 100 + 11 = 111

Opgave 6

a. 1 880 000 · 1,20 = 2 256 000 kr.

Opgave 7

a. Det beløb som man formindsker lånet med.

b. p.a. er en forkortelse af *pro anno.* Det er latinsk og betyder *per år.*

c. Rentesatsen angiver den procentsats, man beregner renten ud fra. Renten er det egentlige beløb.

Opgave 8

a. 1750 kr. b. 2,5%

c. Renterne vil være $1{,}02^2 - 1 = 0{,}0404$ svarende til en rentesats på 4,04.
Renten bliver da 4,04 * 12 000 kr. = 4848 kr.

Opgave 9

a. Fx: 100 000 – 95 000 = 5000

b. 2 000 000 · 91,9% = 1 838 000 Kurstab: 2 000 000 – 1 838 000 = 162 000 kr.

c. Kurstabet er 6250 : 250 000 = 0,025 = 2,5%

Opgave 10

a. 2 000 000 · 0,04 = 80 000 b. 150 000 – 80 000 = 70 000

c. Renten bliver beregnet af det beløb man skylder. Efterhånden som gælden mindskes bliver renten også mindre. Afdraget stiger tilsvarende således at de to beløb tilsammen giver 150 000 kr.

Opgave 11

a. –

b. 915 534 kr.

Udfordringen

a. Kursværdi 1 960 000 kr.

b. Kurtage:	1 960 000 · 1,5 ‰	=	2 940 kr.
Stempelafgift:	2 000 000 · 1,5 %	=	30 000 kr.
Administration:		=	3 000 kr.
Samlede udgifter		=	35 940 kr.
c. Kursværdi – samlede udgifter		=	1 924 060 kr.

Breddeopgaver side 160 – 162

Opgave 1

a. 2,40 kr.	b. 504 elever	c. 103,50 kr.	d. 14,80 kr.

Opgave 2

a. 0,32	b. 0,05	c. 1,25	d. 0,005

Opgave 3

a. 50 kr.	b. 300 kr.	c. ≈ 714,30 kr.	d. ≈ 21,33 kr.

Opgave 4

a. 14,40 kr.	b. 108 kr.	c. ≈ 1,389 kg

Opgave 5

a. 40 g

Opgave 6

a. 2,8 %

Opgave 7

a. 16,7 %	b. 44,4 %	c. 45,8 %	d. 30,9 %

Opgave 8

a. 5 %	b. 60 %	c. 102 %	d. 2,5 %

Opgave 9

a. Stregen vil blive 7 cm lang.

Opgave 10

a. 1,14 m

Opgave 11

a. 30 elever

Opgave 12

a. 4 %

Opgave 13

a. 78 % b. 342 %

Opgave 14

a. 357 kr. b. 301,75 kr. c. 28,90 kr.

Opgave 15

a. Sko: moms = 80 kr. Pris med moms = 400 kr.
Støvler: moms = 45 kr. Pris med moms = 225 kr.
Klipklappere: moms = 33,13 kr. Pris med moms = 165,63 kr.

Opgave 16

a. DVD-afspiller = 1898,40 kr.
Skærm = 3920 kr.
IPod = 149,96 kr.

Opgave 17

a. Pris med 15 % rabat = 4505 kr.
Pris med yderligere 20 % rabat = 3604 kr.

Opgave 18

a. 1,05 b. 1,2 c. 1,084 d. 2,2

Opgave 19

a. 1100 kr.

Opgave 20

a. 10 procentpoint b. 50 %

Opgave 21

a. Relativ b. Absolut c. Relativ d. Relativ

Opgave 22

a. 200 kr.

Opgave 23

a. 81 816 – 64 200 = 17 116 kr.
105 % · 64 200 = 67 410 kr. 17116 · 180 % = 30808,80 kr.
Samlet pris for bilen: 67 410,00 + 30 808,80 = 98 218,80 kr.

b. Forhandlers pris: 98 218,89 · 1,15 = 112 951, 62 kr.

Opgave 24

a. R = 3500 · $\frac{180}{360}$ · 0,03 = 52,50 kr.

b. R = 3500 · $\frac{90}{360}$ · 0,03 = 26,25 kr.

c. R = 3500 · $\frac{20}{360}$ · 0,03 = 5,83 kr.

Opgave 25

a. K_{10} = 50 000 · $(1+0{,}04)^{10}$ = 74 012,21 kr.

Opgave 26

a. 161 = $K_0 \cdot (1+0{,}1)^5$ 161 = $K_0 \cdot 1{,}61051$ $\frac{161}{1{,}61051} = K_0$ K_0 ≈ 100 kr.

b. 1000 = $K_0 \cdot (1+0{,}08)^9$ K_0 ≈ 500 Kr.

Opgave 27

a. 5474 = 4000 · $(1 + r)^8$ $\frac{5474}{4000} = (1 + r)^8$ $\sqrt[8]{\frac{5474}{4000}} = 1 + r$ r ≈ 0,04 r = 4 %

b. 4782 = 3000 · $(1 + r)^8$ 1,0600126 ≈ 1 + r r ≈ 0,06 r = 6 %

Opgave 28

a. $1{,}024^{12}$ ≈ 1,33 svarende til årlig rentesats på 33%

b. 0,33 · 8600 kr. = 2838 kr.

Opgave 29

a. Rente: 0,045 · 150 000 = 6750 kr.

b. Afdrag: 8000 – 6750 = 1250 kr.

Opgave 30

a. 0,93 · 250 000 = 232 500 kr.

b. Rente = 12 500 kr. Afdrag: 20 000 – 12 500 = 7 500 kr.

c.

Pålydende værdi	250.000	kr.
Rentesats	5%	p.a.
Ydelse	20.000	kr.
Antal terminer	20	(årligt)

Termin	Restgæld	Renter	Ydelse	Afdrag	Ny restgæld
1	250.000	12500	20.000	7.500	242.500
2	242.500	12125	20.000	7.875	234.625
3	234.625	11731	20.000	8.269	226.356
4	226.356	11318	20.000	8.682	217.674

Opgave 31

a. Februar – Marts

b. 25 procentpoint

c. 79,7 %

d. 7,36 kr.

Opgave 32

a.

Termin	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Saldo (kr.)	30 000	32 100	34 347	36 751	39 324	42 077	45 022	48 173	51 546

b. y = 30000 · $1{,}07^{x}$

c. 38 016 kr.

Opgave 33

a. 4 583 500

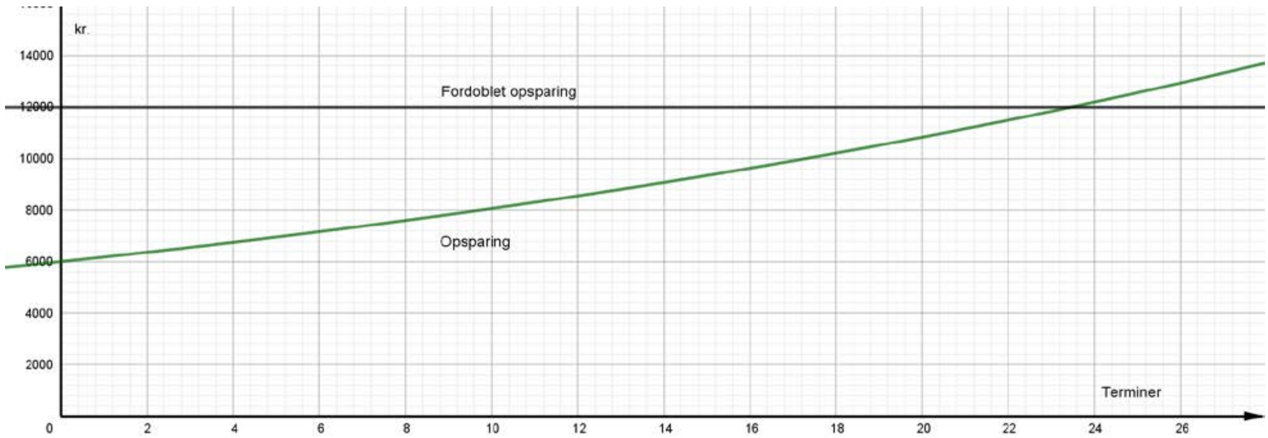
b. 5 980 428

Opgave 34

a. x * $1{,}04^{10}$ = 50 altså 50 : $1{,}04^{10}$ ≈ 33,78 kr.

Opgave 35

a.

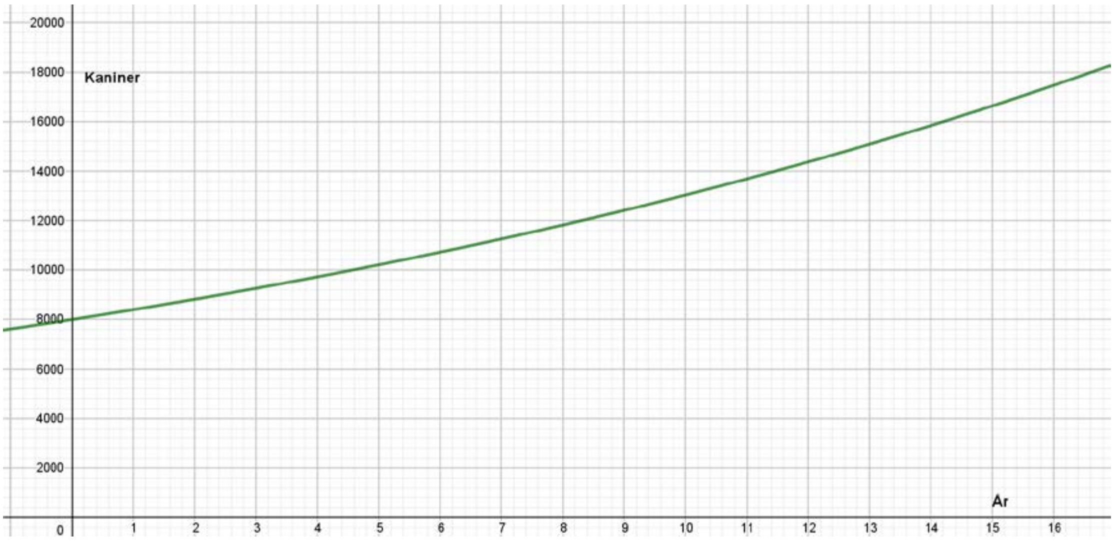


b. (23,45) 24 terminer

Opgave 36

a. 8400 b. 9724

c.



d. ca. 14 år.

Opgave 37

a. $1553 = 500 \cdot (1+r)^{10}$ $\sqrt[10]{3{,}106} = 1 + r$ r = 12%

Opgave 38

a. 6719,58 kr.

Indbetaling			5000	kr.										
Rente			3%		1,03			1,05						
Termin		**Indestående**			Indestående			Indestående						
0		5000,00			5000,00			5000			5000,00	150,00	5150,00	
1		5150,00			5150,00			5250			5150,00	154,50	5304,50	
2		5304,50			5304,50			5512,5			5304,50	159,14	5463,64	
3		5463,64			5463,64			5788,125			5463,64	163,91	5627,54	
4		5627,54			5627,54			6077,53125			5627,54	168,83	5796,37	
5		5796,37			5796,37			6381,40781			5796,37	173,89	5970,26	
6		5970,26			5970,26			6700,4782			5970,26	179,11	6149,37	
7		6149,37			6149,37			7035,50211			6149,37	184,48	6333,85	
8		6333,85			6333,85			7387,27722			6333,85	190,02	6523,87	
9		6523,87			6523,87			7756,64108			6523,87	195,72	6719,58	
10		6719,58			6719,58			8144,47313			6719,58	201,59	6921,17	

Opgave 39

a. Onsdag morgen er mængden nede på 6,25 mg.

mandag morgen	100,00 mg
mandag aften	50,00 mg
tirsdag morgen	25,00 mg
tirsdag aften	12,50 mg
onsdag morgen	6,25 mg

Facit til

KonteXt +9, Kernebog

Kapitel 7: Flade og rum

Facitlisten er en del af KonteXt +9; Lærervejledning/Web
KonteXt +8, Kernebog
Forfattere: Bent Lindhardt, Niels Jacob Hansen, Mette Christensen og Lars Busch Johnsen
Ekstern redaktør: Bent Lindhardt
Forlagsredaktion: Susanne Schulian

- et forlag under Lindhardt og Ringhof A/S, Egmont
1. udgave, 1. oplag 2017

ISBN: 9788723514417
www.alinea.dk

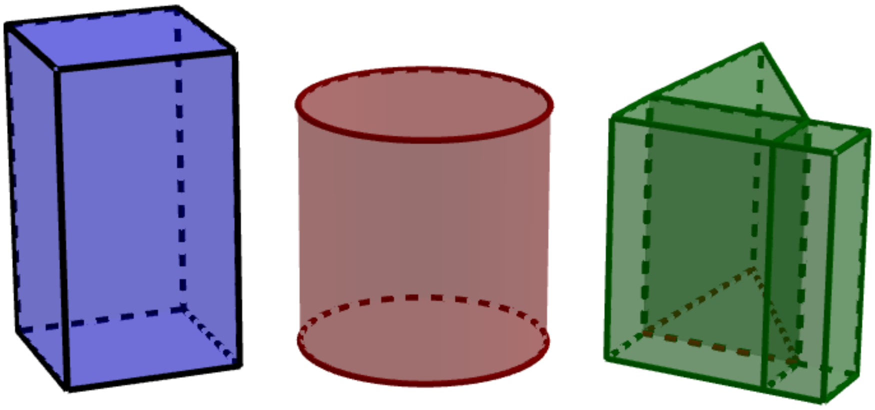
Projekt skumfigurer side 168-175

Opgave 1

a. Tegning af rumlig figur i GeoGebra med kvadratisk grundflade

b. Tegning af rumlig figur med cirkulær grundflade.

c. Tegning af forskellige figurer



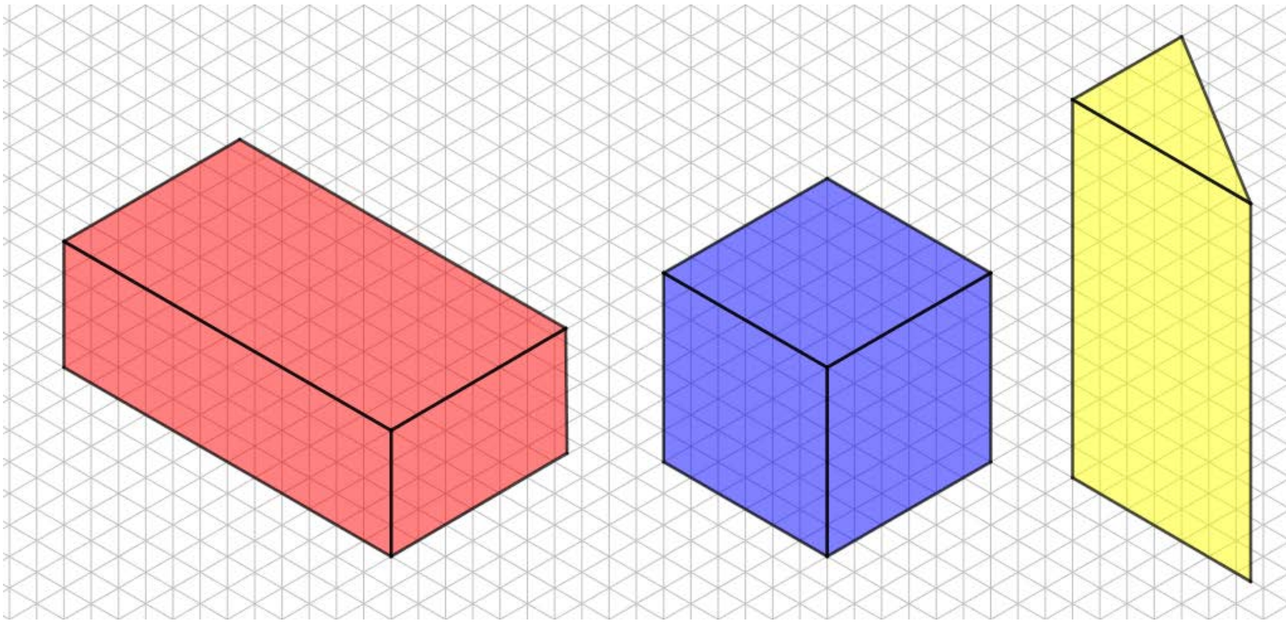
Opgave 2

a. Alle prismer har en polygon som grundflade og rektangler (parallelogrammer) som sideflader.
b. Alle cylindere har en cirkel som grundflade og krumme sideflader, der kan foldes ud til et parallelogram.

Opgave 3

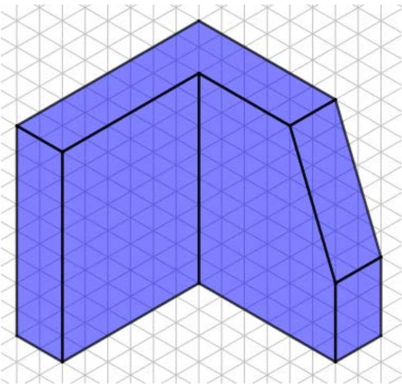
a. Rød figur 312 cm^3, blå figur 216 cm^3, gul figur 156 cm^3

b. Isometrisk tegning af de tre figurer. Figurerne kan vendes på forskellige måder.



Opgave 4

a. Isometrisk tegning med mål.



b. $8 \cdot 8 \cdot 2\ cm^3 + 8 \cdot 6 \cdot 2\ cm^3 - ½ \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2\ cm^3 = 214\ cm^3$

Opgave 5

a. 6 cm

b. Mange muligheder fx 2cm · 3 cm · 36 cm

c. Mange muligheder fx trekant med grundlinje 18 cm, højde 4 cm og prismets højde 6 cm.

Opgave 6

a. Sidelængde 6,88 cm

Opgave 7

a - b. Alle tre legemer er pyramider, da de har en polygon som grundflade og alle sideflader er trekanter. Alle pyramider har et toppunkt, hvor der er kanter til grundfladens hjørner.

c. Tegning af forskellige pyramider.

Opgave 8

a. De tre pyramider har samme grundflade og samme højde.

b. Hver pyramide er $\frac{1}{3}$ af terningens rumfang.

b. $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot G$

Opgave 9

a. Rumfang 47,25 cm^3

b. Rumfang = $\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 5^2 \approx 21{,}65\ cm^3$

c. Flere løsninger. Fx: højde = 1 dm og grundfladen = $2 \cdot 3 = 6\ dm^2$

Opgave 10

a. Tegning af udfoldet terning med kantlængde 3,5 cm.

b. Udfoldningens areal = $6 \cdot 3{,}5^2 = 73{,}5\ cm^2$

c. Arealet bliver 4 gange større.

d. Rumfanget bliver 8 gange større.

Opgave 11

a. Udfyldt tabel

Terningens kantlængde	3 cm	6 cm	12 cm	24 cm
Samlet overfladeareal	54 cm^2	216 cm^2	864 cm^2	3456 cm^2

b. Når kantlængden bliver n gange større bliver overfladearealet n^2 gange større.

Opgave 12

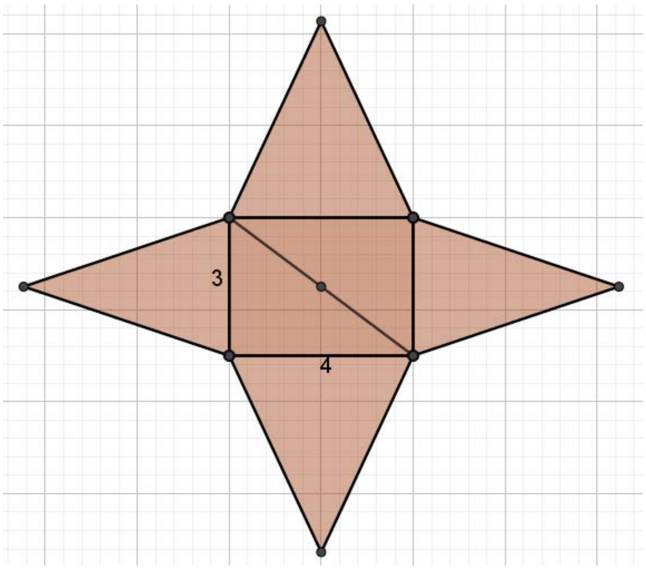
a. Udfyldt tabel

Terningens kantlængde	3 cm	6 cm	12 cm	24 cm
Rumfang	27 cm^3	216 cm^3	1728 cm^3	13 824 cm^3

b. Når kantlængden bliver n gange større bliver rumfanget n^3 gange større.

Opgave 13

a. Tegning af udfoldet pyramide med rektangulær grundflade.

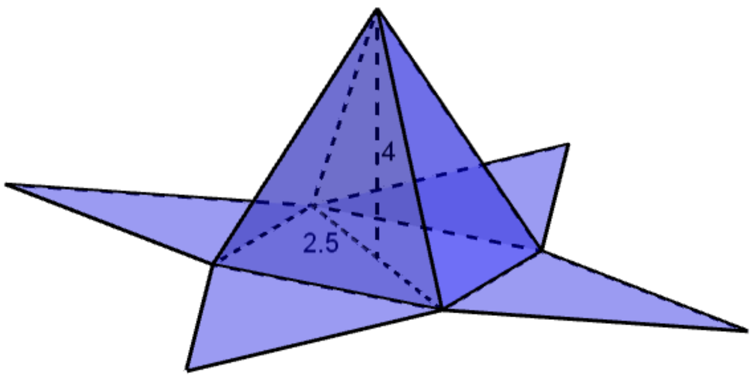


b. Diagonales længde beregnes med den pythagoræiske læresætning.

$3^2 + 4^2 = d^2$

$d = 5$

c.



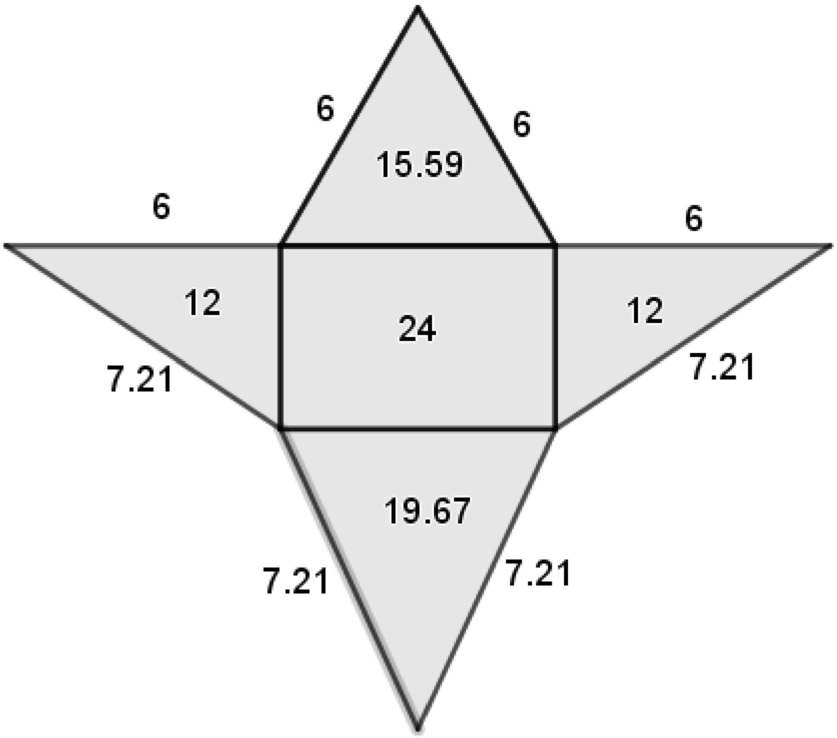
Den skrå sidelængde beregnes med den pythagoræiske læresætning.

$2{,}5^2 + 4^2 = s^2$

$s = 4{,}72\ cm$

Opgave 14

a. De manglende sider bestemmes ved at sider der skal passe sammen har sammen har samme mål. Manglede sidelængder beregnes vha. den pythagoræiske læresætning. Figuren herunder viser sidelængder og areal af de forskellige flader.



De manglende skrå sider:

$6^2 + 4^2 = s^2$

$s = 7{,}21$

b. Samlet overfladeareal

Højden i forreste trekant:

$x^2 + 3^2 = \sqrt{52}^2$

$x = 6{,}56$

Højden i bageste trekant

$x^2 + 3^2 = 6^2$

$x = 5{,}20$

$$A = 6 \cdot 4 + 2 \cdot \frac{6 \cdot 4}{2} + \frac{6 \cdot 5{,}20}{2} + \frac{6 \cdot 6{,}56}{2} = 83{,}28$$

Samlet overfladeareal 83,26 cm^2

c. Pyramidens rumfang

Pyramidens højde er højden i den ligesidede trekant.

$6^2 - 3^2 = \mathrm{h}^2$

$h = 5{,}20$

$$V = \frac{5{,}20 \cdot 24}{3} = 41{,}57$$

Rumfang 41,57 cm^3

Opgave 15

a. Tegning af cylinder

b. Rumfang: Grundfladens areal · højden = $\pi \cdot 3^2 \cdot 10 \approx 283\ cm^3$

c. Areal af den krumme overflade. Den krumme overflade er udfoldet et rektangel hvor den ene sidelængde er rektanglets højde og den anden sidelængde er cirklens omkreds.

$10 \cdot \pi \ \cdot 6 \approx 188\ cm^2$

d. Samlet overflade er arealet af de to cirkler plus arealet af den krumme overflade.

$10 \ \cdot \pi \ \cdot 6 + 2 \ \cdot \pi \ \cdot 3^2 \approx 245\ cm^2$

Opgave 16

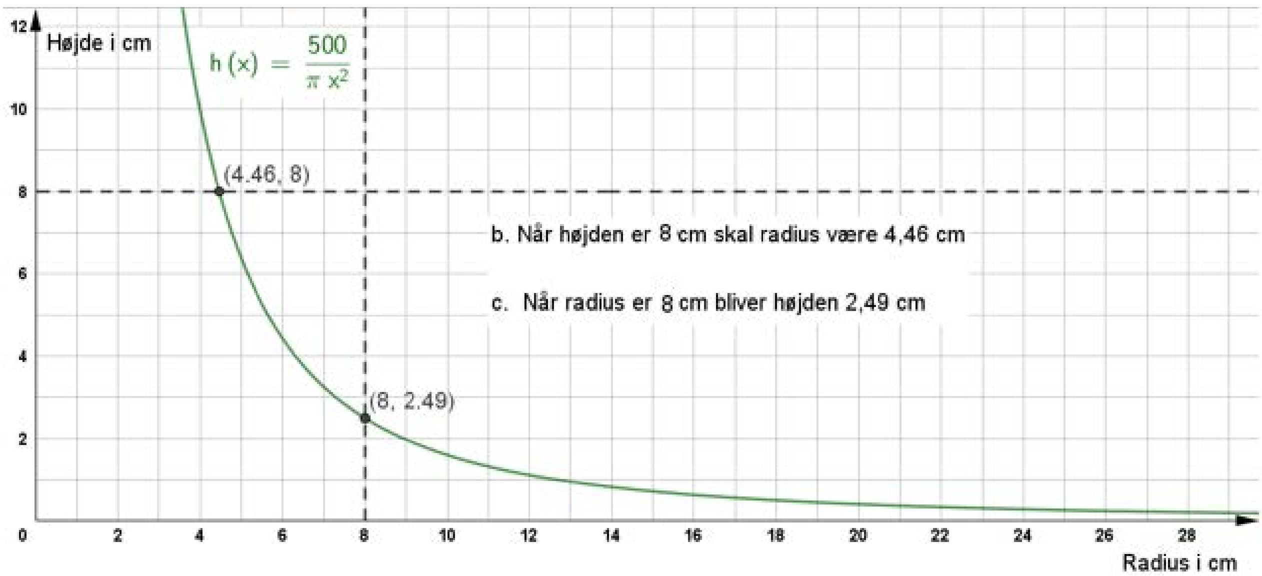
a. 1 l = 1000 cm^3, derfor er ½ l = 500 cm^3

b. Mange muligheder fx højde 10 cm og radius ca. 4 cm.

c. Cylinderen bliver lavere og radius bliver større og større.

d. Cylinderen bliver smallere og højden øges.

Opgave 17



Opgave 18

a. Tegning af figurerne i GeoGebra.

b. Rumfanget af keglen er $\frac{1}{3}$ af cylinderens rumfang.

c. Rumfanget keglen er $\frac{1}{2}$ af kuglens rumfang.

d. Rumfanget af kuglen er $\frac{2}{3}$ af cylinderens rumfang.

Opgave 19

a. Undersøgelse af kegler og cylindre med samme højde og grundflade.

b. Rumfanget af en kegle er $\frac{1}{3}$ af rumfanget af en cylinder med samme grundfalde og samme højde.

c. Rumfanget af en kegle er $\frac{1}{3}$ · grundfladens areal · højden

Opgave 20

a. Undersøgelse af cylindere og kugler med samme radius og samme "højde".

b. Rumfanget af en kugle er $\frac{2}{3}$ af rumfanget af en cylinder med samme radius og samme "højde".

c. Rumfanget af en kugle er $\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 2r = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Opgave 21

a. Den røde bue på keglens udfoldning svarer til cirkelperiferien på keglen.

b. De to sorte linjestykker svarer til længden af keglens skrå side.

Opgave 22

a. Keglens omkreds = $\frac{2\pi \cdot 9 \cdot 160}{360} = 8 \cdot \pi$

$8\pi = 2\pi \cdot r$, cirklens radius bliver 4 cm

I 1. Oplag skal man vise ved en beregning at siden på keglen er ca. 8,9 cm.

Man ved (side 173) at keglens højde er 8 cm og diameteren 8 cm hvilket giver en radius på 4 cm.

$8^2 + 4^2 = c^2$. Det giver c ≈ 8,94427… ≈ 8,9 cm

b. Arealet af den krumme overflade = $\pi \cdot 4 \cdot 9 = 113\ cm^2$ (1. oplag: 111,84 cm^2)

c. Den totale overflade = $\pi \cdot 4 \cdot 9 + \pi \cdot 4^2 = 163\ cm^2$ (1. oplag: 162 cm^2)

Opgave 23

a. Terningens kantlængde er 5,85 cm

b. Terningens samlede overflade er 205 cm^2

c. Kuglens radius er 3,63 cm

d. Kuglens samlede overfladeareal 165 cm^2 (1. oplag: 166 cm^2)

e. Kuglen er det legeme som med et givet rumfang har det mindste overfladeareal.

Opgave 24

a. Rumfanget af den røde kugle er 8 gange den gule kugles rumfang.

b. Rumfanget af den grønne kugle er 27 gange den gule kugles rumfang.

c. Rumfanget af kuglen med en radius på 15 cm er 1/8 gange rumfanget af den grønne kugle.

Opgave 25

a. Rumfanget af bolden = $10^3 + 6 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{2} \approx 1235{,}619\ cm^3$

b. Overfladearealet af de 6 halvkugler = $6 \cdot \frac{(4\pi \cdot 5^2)}{2} \approx 942{,}4778$

c. ”Boldens samlede overfladeareal = $6 \cdot 10^2 - 6 \cdot \pi \cdot 5^2 + 6 \cdot \frac{(4\pi \cdot 5^2)}{2} \approx 1071\ cm^2$

Udfordringen

Der er flere løsninger på udfordringen da boldene kan ”stables” på forskellige måder.

Hvis der kun skal være et lag bolde i papkassen kan boldene ligge på disse måder

- 1 · 12 bolde - mål 20 cm x 20 cm x 240 cm
- 2 · 6 bolde - mål 20 cm x 40 cm x 120 cm
- 3 · 4 bolde - mål 20 cm x 60 cm x 80 cm

Hvis der er 2 lag i papkassen kan boldene ligge på disse måder

- 2 · 1 · 6 bolde - mål 40 cm x 20 cm x 120 cm
- 2 · 2 · 3 bolde - mål 40 cm x 40 cm x 60 cm

Hvis der er 3 lag i papkassen kan boldene ligge på disse måder

- 3 · 1 · 4 bolde - mål 60 cm x 20 cm x 80 cm
- 3 · 2 · 2 bolde - mål 60 cm x 40 cm x 40 cm

c. Tabellen herunder viser en undersøgelse foretaget i et regneark

højde	længde	bredde	Samlet overflade
20	20	240	20000
20	40	120	16000
20	60	80	15200
40	20	120	16000
40	60	40	12800
60	20	80	15200

60	40	40	12800

Konklusion: En kasse der nærmer sig en kubeform på 60 · 40 · 40 har den mindste overflade.

Biocafeen - side 176-177

Opgave 1
a. 1300,5 cm^3 ≈ 1,3 L
b. 2257,92 cm^3 ≈ 2,3 L
c. Forskel 957,42 cm^3

Opgave 2
a. 1779,21 cm^3
b. 1757,34 cm^3
c. Forskel 21,87 cm^3
d. Sonja havde mest ret.

Opgave 3
a. 844 cm^3 = 0,844 L

Opgave 4
a. Bægerets rumfang er 986 cm^3.
b. Forskel 236 cm^3
c. Bægeret bliver ikke fyldt helt til kanten.

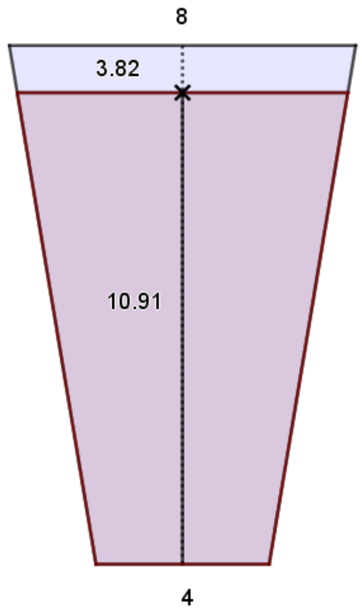
Opgave 5
a.
Rumfang af et stykke is = $\pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 3 \approx 5{,}3\ cm^3$
Bægeret kan rumme 600 cm^3 og der skal 500 cm^3 cola i. Det betyder, at der er plads til 100 cm^3 is i bægeret.
Antal stykker is = $\frac{100}{\pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 3} \approx 18$ stykker is.

Opgave 6
a. Formel 1 og 2 viser formler der kan bruges til at beregne en præcis værdi af rumfanget. Formel 4 viser en formel, der kan bruges til en tilnærmet beregning af rumfanget. Formel 3 er en korrekt omskrivning, men den kan ikke direkte bruges til beregning af rumfanget.
b. De variable størrelser i formlerne er V, h, R og r.
c. Tallet π indgår som konstant størrelse i formel 1, 2 og 3. Derudover indgår 1/3 og 1,05 som konstanter i formlerne.

Udfordringen

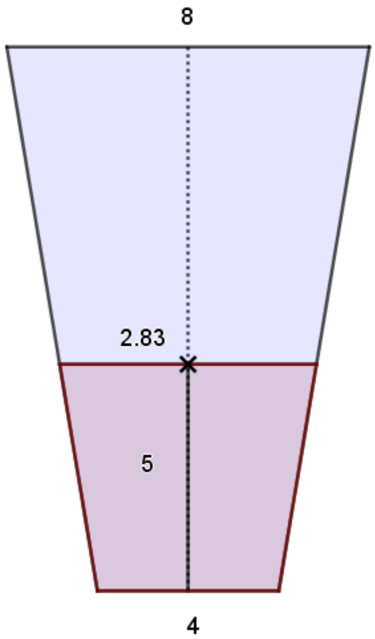
a. Colaen står i en højde af ca. 11 cm

Opgaven kan løses ved at tegne et gennemskåret bæger i GeoGebra og indsætte i formlen.



$$V = \frac{1}{3} \cdot 10.91 \cdot \pi \cdot (2^2 + 3.82^2 + 2 \cdot 3.82) = 299.48cm^3$$

b. Der er ca. 9,3 cl cola tilbage i bægeret.



$$V = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot \pi \cdot (2^2 + 2.83^2 + 2 \cdot 2.83) = 92.65cm^3$$

Breddeopgaver

1

a. Omkreds 16 m

b. Areal 15 m^2

2

a. Cirklens omkreds $2 \cdot \pi \cdot 10 \approx 62{,}8\ dm$

b. Cirklens areal $\pi \cdot 10^2 \approx 314\ dm^2$

3

a. Arealet af trekanten 14 km^2

4

a. Trekantens omkreds er 21 km.

5

a. Omkredsen af trapezet 18 cm

b. Arealet af trapezet 15 cm^2

6

a.

Areal af A 7,56 m^2

Areal af B 90 cm^2

Areal af C 27,3 m^2

7

a. Figurens omkreds 20 m

b. Figurens areal 20 m^2

8

a. 1 dm^2 = 100 cm^2

b. 1 mm^2 = 0,01 cm^2

c. 1 m^2 = 10 000 cm^2

9

a. 1 dm^3 = 1000 cm^3

b. 780 dm^3 = 780 000 cm^3

c. 0,4 dm^3 = 400 cm^3

10

a. 3 dm^3 = 3 L

b. 0,6 dm^3 = 0,6 L

c. 450 cm^3 = 0,45 L

11

a. 2000 l = 2 m^3

b. 500 dm^3 = 0,5 m^3

c. 80 000 cm^3 = 0,08 m^3

12

a. Kassens rumfang 164,268 m^3

b. Kassens overfladeareal 187,98 m^2

13

a. Cylinderens rumfang 22,05 dm^3

b. Areal af den krumme overflade 40,09 dm^2

c. Overfladeareal 47,69 dm^2

14

a. Lastbilen kan rumme 18429 L

15

a. Højden er 6 cm

b. Højden er 4 cm

c. Højden er 3 cm

16

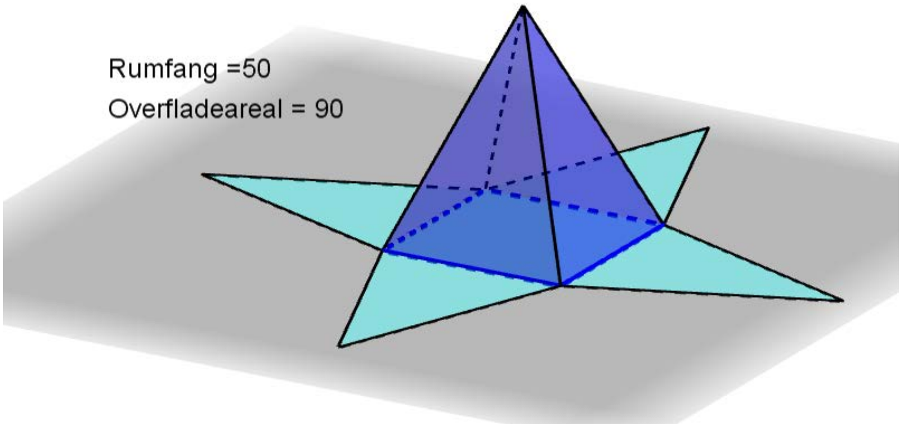
a. Sidelængde 12,60 cm

b. Mange løsninger fx højde 10 cm, bredde 10 cm og længde 20 cm.

c. Mange løsninger fx radius 8 cm og højde 9,95 cm.

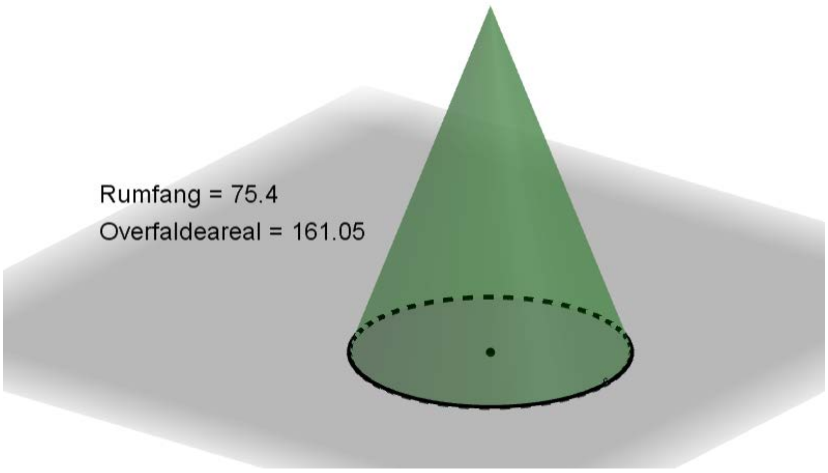
17

a. - d.



18

a. - d.



19

Rumfang af figurerne

A 20 cm^3

B 18 cm^3

C 20 dm^3

D 452 cm^3

20

a. Rumfang 7238 cm^3

b. Overfladeareal 1810 cm^2

21

a. Rumfang af en bold 144 cm^3

b. Luft i røret 216 cm^3

22

a. Rumfang 48 m^3

b. Samlet overflade 96 m^2

23

a. Beregning med den pythagoræiske læresætning $10^2 - 6^2 = h^2$ Derfor er højden 8 cm.

b. Rumfang 302 cm^3

c. Keglens samlede overfladeareal 302 cm^2

24

a. Rumfang af den gule figur 63 cm^3

b. Rumfang af den blå figur 520 cm^3

c. Overfladearealet af den gule figur 105,69 cm^2

d. Overfladearealet af den blå figur 408,3 cm^2

25

a. Rumfang af glascontainer $\pi \cdot 7^2 \cdot 10 + \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7^3}{2} \approx 2258\ dm^3$

b. Totale overfladeareal $\pi \cdot 7^2 + 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 10 + \frac{4 \cdot \pi \cdot 7^2}{2} \approx 901{,}6\ dm^2$

26

a. Rumfanget af kassen $18 \cdot 40 \cdot 3 + 15 \cdot 3 \cdot 40 + \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 40}{4} \approx 11029\ cm^3$

b. Overfladearealet af kassen

$$2 \cdot 18 \cdot 40 + 2 \cdot \left(3 \cdot 18 + 15 \cdot 3 + \pi \cdot \frac{15^2}{4}\right) + \left(3 \cdot 40 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 15}{4} \cdot 40 + 3 \cdot 40\right) \approx 3174\ cm^2$$

27

a. Rumfang $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 \cdot \frac{1}{2} \approx 262\ cm^3$

Rumfanget er 0,262 liter eller ca. ¼ liter.

28

Rumfang af en vaffel $\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \pi \cdot 3^2 \approx 94{,}24778\ cm^3$

Antal is $\frac{2000}{\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \pi \cdot 3^2} \approx 21{,}22066$

Ca. 21 isvafler

29

a. Pyramidestubbens rumfang $\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \left((6 \cdot 4{,}8) + (10 \cdot 8) + \sqrt{(6 \cdot 4{,}8) \cdot (10 \cdot 8)}\right) \approx 209\ cm^3$

b. Pyramidestubbens overflade - højden i de skrå sider beregnes vha. den pythagoræiske læresætning.

$10 \cdot 8 + 6 \cdot 4{,}8 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{20} \cdot (4{,}8 + 8) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{18{,}56} \cdot (6 + 10) \approx 235\ cm^2$

30

a. Keglestubbens rumfang $\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \pi \cdot (5^2 + 2^2 + 5 \cdot 2) \approx 245\ cm^3$

b. Keglestubbens samlede overflade $\pi \cdot (5^2 + 2^2 + 6{,}7 \cdot 5 + 6{,}7 \cdot 2) \approx 238\ cm^2$

31

a. Længde af cirkelbuen $2\pi \cdot 6 \cdot \frac{210}{360} \approx 21{,}99115$

b. Beregning af radius $\frac{21{,}99115}{2\pi} \approx 3{,}5$

c. Keglens højde $\sqrt{6^2 - 3{,}5^2} \approx 4{,}873397$

d. Keglens rumfang $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{6^2 - 3{,}5^2} \cdot \pi \cdot 3{,}5^2 \approx 62{,}5\ cm^3$

32

Det lineære forhold mellem den lille pyramide og den store pyramide er 5:20 = 1:4

Rumfangsforholdet bliver $(1:4)^3$ = 1:64

33

Mange mulige løsninger

Dåsens rumfang $\pi \cdot 3{,}75^2 \cdot 10{,}5 \approx 463{,}8758\ cm^3$

En kasse med følgende mål
Længe 4 cm
Bredde 8 cm
Højde 14,5 cm
vil have et rumfang på ca. 464 cm^3

34
Kolben er sammensat af to cylindere og en keglestub.

Mange mulige løsninger fx denne.

Bund cylinder

højde	2,2	cm
radius	6,0	cm

Keglestub

radius 1	6,0	cm
radius 2	1,5	cm
højde	8,0	cm

Top cylinder

radius	1,5	cm
højde	6,0	cm

Rumfang	1 000,0	cm^3

På loppemarked

Opgaven er besvaret ved at bruge Word og WordMat.

1
Forslag til forskellige priser

	Pris	
Bog A	30	kr.
Bog B	38	kr.
Bog C	27	kr.
I alt	95	kr.

Der er mange korrekte løsningsforslag.

2
Hvor mange penge har kunden tilbage?
$500 - 327 - 24{,}50 = 148{,}5$
Kunden har 148,50 kr. tilbage til at købe bøger for

3
Hvad skal Betina betale?
$(35 + 41 + 125) - (35 + 41 + 125) \cdot 15\% = 170{,}85$

Betina skal betale 170,85 kr. for de tre bøger.

4
Afprøvning af alle udtryk for n=201 for at se hvilke der giver samme resultat.

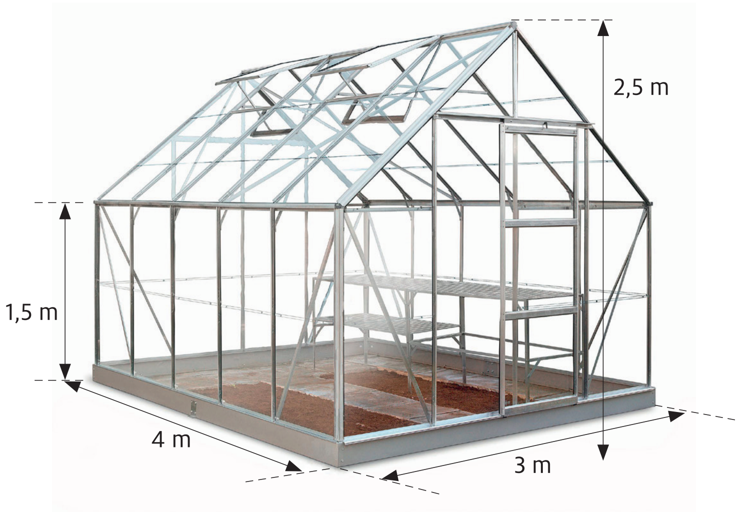
a) $201 \cdot 0{,}85 = 170{,}85$
b) $201 - \frac{15}{100} = 200{,}85$
c) $201 - \frac{201}{100} \cdot 15 = 170{,}85$
d) $0{,}15 \cdot 201 - 201 = -170{,}85$
e) $201 - \frac{15 \cdot 201}{100} = 170{,}85$
f) $201 \cdot \frac{85}{100} = 170{,}85$

Det viser at udtryk a, c, e og f kan bruges.

Drivhus og regnvand

Denne opgave er løst med brug af CAS – værktøjet WIRIS calc og regneark

1 Beregning af glassets areal



Længden af et spær beregnes

$\sqrt{1^2+1.5^2} = 1.803$ Beregn

Areal af glas

$2\cdot(1.5\mathrm{m}\cdot 4\mathrm{m})+2\cdot(1.8\mathrm{m}\cdot 4\mathrm{m})+2\cdot(3\mathrm{m}\cdot 1.5\mathrm{m})+2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 3\mathrm{m}\cdot 1\mathrm{m}\right) = 38.4\ \mathrm{m}^2$ Beregn

Arealet af glasset er ca. 38,4 m^2.

2 Beregning af vandforbrug i juli måned

$4500 l \cdot 0.30 = 1350.\ l$ Beregn

Der skal bruges ca. 1350 l vand i juli måned.

3 Rumfang af tre beholdere

$A = \pi \cdot (50\ cm)^2 \cdot 70\ cm$ Definer

$convert(A, l) = 549.8\ l$ Beregn

$B = \pi \cdot (40\ cm)^2 \cdot 90\ cm$ Definer

$convert(B, l) = 452.4\ l$ Beregn

$C = \pi \cdot (35\ cm)^2 \cdot 115\ cm$ Definer

$convert(C, l) = 442.6\ l$ Beregn

Beholder A rummer ca. 550 l, beholder B ca. 450 l og beholder C ca. 440 l.

4 Beregning af regnvandsmængde

$Regnvand = 12 m^2 \cdot 10 mm$ Definer

$convert(Regnvand, l) = 120.$ Beregn

De to beholdere vil opsamle 120 l vand

5 Undersøgelse af om beholderne løber over er foretaget i et regneark.

Ugedag		1	2	3	4	5	6	7
Nedbør i mm		8	12	5	0	0	15	12
Nedbørsmængde i liter		96	144	60	0	0	180	144
Vandforbrug i liter		30	30	30	30	30	30	30
Vand i beholderne i liter	600	666	780	810	780	750	900	1014

Den 6. dag vil beholderne være fyldt og løbe over

Gæt en farve

2 3	4 5	6 7 8	9 10	11 12
10 spillemønter	5 spillemønter	2 spillemønter	5 spillemønter	10 spillemønter

Opgaverne er løst i Word med WordMat og regnearket ”Gæt en farve”.

1

Følgende øjental giver summen 4: (1,3), (2,2) og (3,1)

2

Sandsynligheden for at vinde på blå

I tabellen er vist alle udfald i hændelsen blå.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Sandsynligheden er derfor $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

3

Jeg simulerede spillet mange gange, og det mindste antal ”grøn” ved 100 simuleringer var 12.

	gul	grøn	blå	lilla	rød	I alt
Hyppighed	10	12	48	24	6	100
Andel	10%	12%	48%	24%	6%	100%

4

Undersøgelse af om spillet giver overskud til bankøren.

Ved at lade 5 spillere spille på hver sin farve får jeg dette resultat.

	gul	grøn	blå	lilla	rød	I alt
Hyppighed	81	183	460	186	90	1000
Andel	8%	18%	46%	19%	9%	100%
Indskud	1000	1000	1000	1000	1000	5000
Udbetaling	810	915	920	930	900	4475

Da der er et indskud på 5000 kr. og en udbetaling på 4475 kr. giver spillet overskud.

Ved at se på udbetalingerne for hver hændelse kan man se, at ligegyldigt hvilken farve man vælger at spille på, vil man få underskud som spiller. Nogen gange får man dog overskud på grøn eller lilla.

Plænefesten

Opgaverne er besvaret ved at bruge GeoGebra.

1. Prisforskel: 7200 kr. – 6550 kr. = 650 kr.

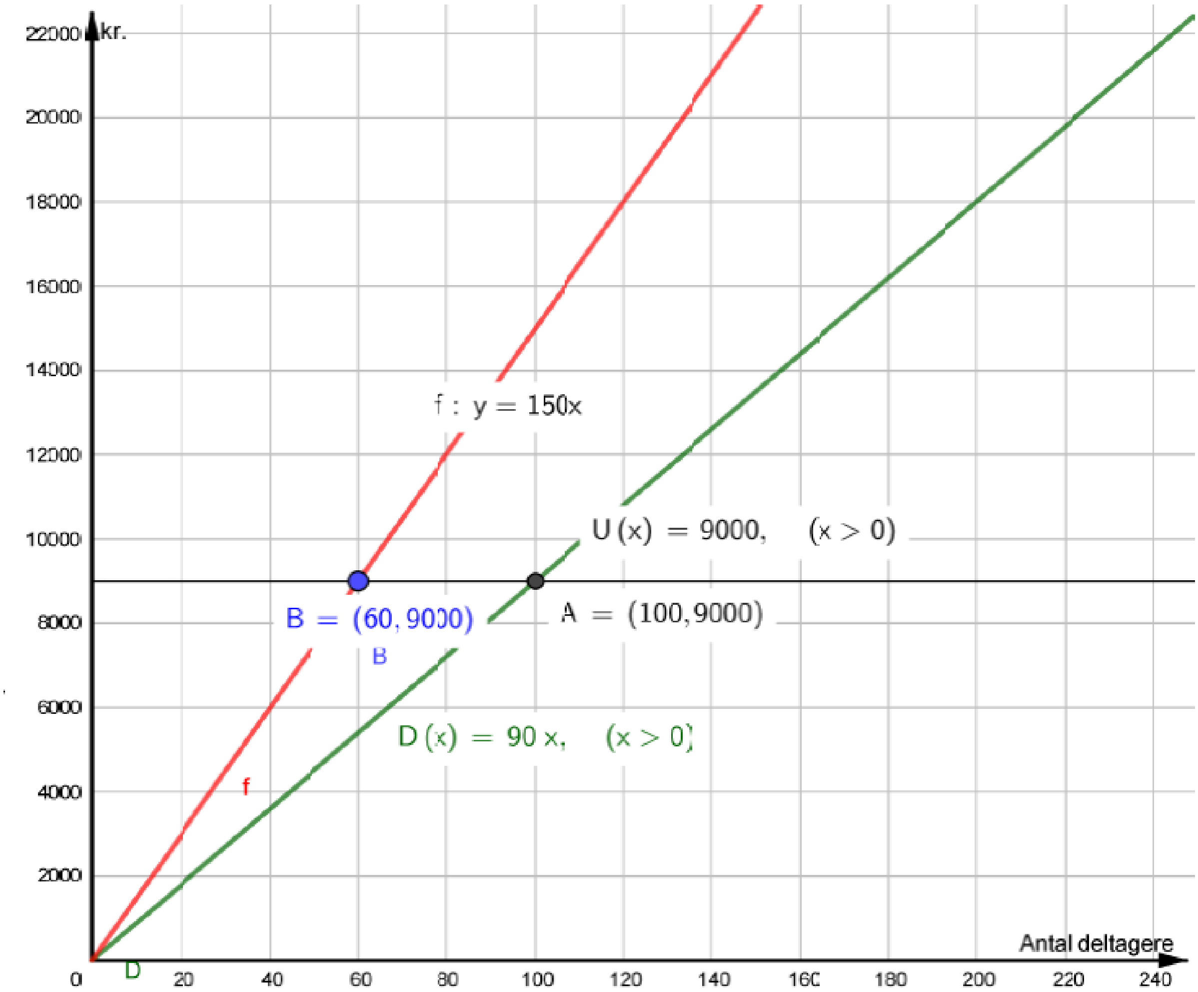
2. Forskrift: D(x) = 90x

3. Forskrift: y = 9000

Skæringspunktet (100 , 9000) viser, at ved 100 deltagere giver festen ikke underskud.

4. Sammenhængen er den røde linje i koordinatsystemet.

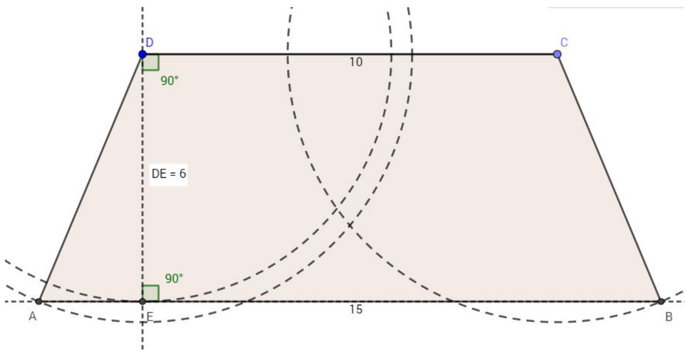
Funktionsforskriften for linjen er y = 150x



Et ligebenet trapez

Opgaven er løst ved at bruge Geogebra og Google docs med Wizkids CAS

1
Spørgsmålet er besvaret i GeoGebra filen "Trapez" (link https://ggbm.at/BJDsqecr)



2
Beregning af AD
Længden af AE beregnes med den pythagoræiske læresætning.

$6.5^2 - 6^2 = x^2$

$x = (-2,5000),\ x = 2,5000$

Da længden af AE er 2,5 og trapezet er ligebenet bliver længden af AB

$2,5 + 10 + 2,5 = 15$

Hermed er vist, at længden af AB er 15.

3
Hvis vinkel A og vinkel B begge er v∘, så er både vinkel ADC og vinkel DCB 180∘-v∘, og derfor er både vinkel CDF og vinkel DCF begge v∘.

4
Det lineære forhold mellem trekant DCF og ABF er 10:15 = 2:3.

5

Beregn arealet af trekant DCF

Beregning af højden $h = \frac{(4 \cdot 1{,}5)}{(6-4)} = 3$

Beregning af arealet

$T = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$

Trekant DCF har et areal på 6.

6

Omkskrivning af udtryk

$\frac{b}{a} = \frac{h_T}{h+h_T}$

$b \cdot (h + h_T) = a \cdot h_T$

$b \cdot h + b \cdot h_T = a \cdot h_T$

$b \cdot h = a \cdot h_T - b \cdot h_T$

$b \cdot h = (a - b) \cdot h_T$

$\frac{b \cdot h}{(a-b)} = h_T$

Vejret i juli

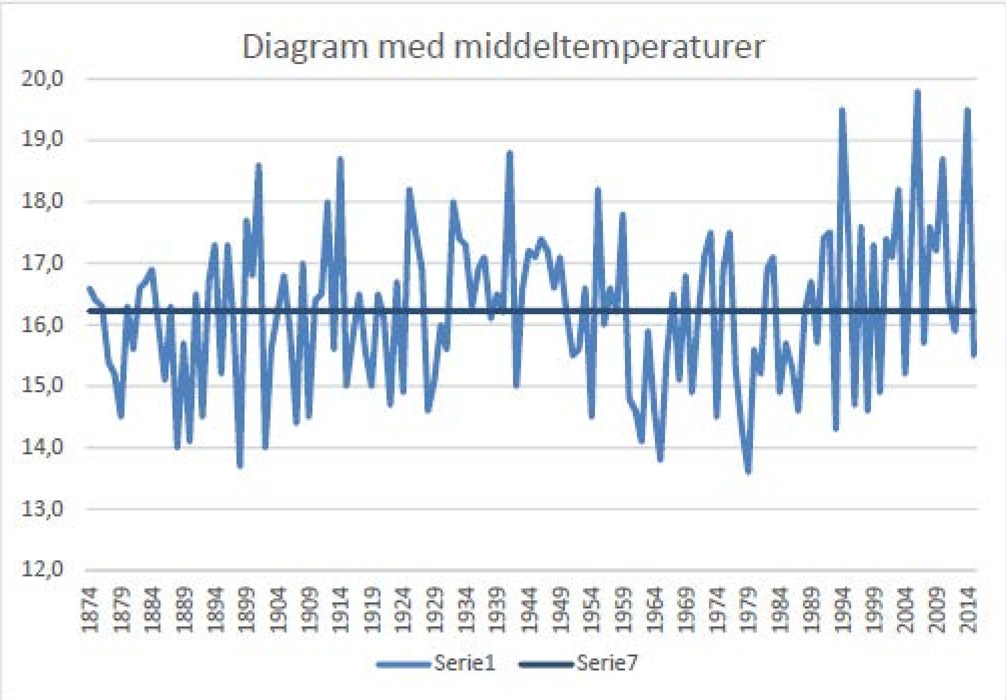
Opgaven er besvaret i regnearket.

Juli år	Temperatur °C Middel	Højeste	Laveste	Nedbør mm	Solskin timer	Middel
1874	16,6	31,8	1,8	65		16,2
1875	16,4	28,6	2,5	51		16,2
1876	16,3	33,8	3,2	32		16,2
1877	15,4	31,4	0,2	94		16,2
1878	15,2	29,6	2,5	50		16,2
1879	14,5	29,5	4,4	101		16,2
1880	16,3	30,9	2,8	111		16,2
1881	15,6	31,8	3,6	80		16,2
1882	16,6	32,2	4,4	91		16,2
1883	16,7	35,0	3,0	93		16,2
1884	16,9	32,4	1,1	65		16,2
1885	16,0	30,6	2,4	30		16,2
1886	15,1	29,3	2,3	55		16,2
1887	16,3	33,8	1,8	49		16,2
1888	14,0	28,9	3,7	101		16,2
1889	15,7	28,8	0,7	78		16,2
1890	14,1	29,3	2,0	102		16,2
1891	16,5	29,3	3,0	94		16,2
1892	14,5	30,4	1,6	23		16,2
1893	16,7	33,5	3,2	71		16,2
1894	17,3	34,6	5,3	78		16,2
1895	15,2	29,3	4,8	101		16,2

1.	Værdi	Årstal
a. Højeste middeltemperatur	19,8	2006
b. Højeste temperatur	35,3	1941
c. Laveste temperatur	-0,9	1903
d. Flest solskinstimer	321,0	2006
e. Mest nedbør	140,0	1931

2	1874-1903	1986-2015
a. Gennemsnitstemperatur	15,9	16,8
b. Gennemsnit nedbør	69,5	66,5
c. Gennemsnitstemperatur hele perioden		16,2

d. Tekst
Gennemsnitstemperaturen i perioden 1986-2015 er 0,9 grader højere end gennemsnitstemperaturen i perioden 1874-1903.
Diagrammet viser, at der i hele perioden har været store udsving i forhold til hele periodens gennemsnitstemperatur.



Gangetabellen

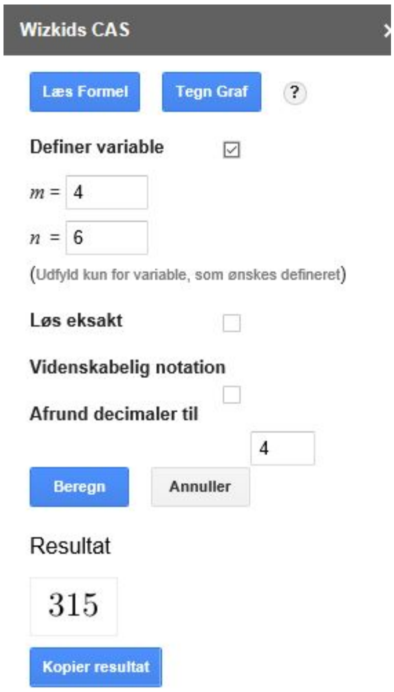
Opgaven er besvaret med Google docs, Wizkids CAS og Google sheets

1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78

2

$Når\ m = 4\ og\ n = 6\ gælder,\ at\ 9 \cdot (m \cdot n + m + n + 1) = 315$



3

Undersøgelse af påstand for vilkårligt 3x3 kvadrat.

6	8	10	12	14	1
9	12	15	18	21	2
12	16	20	24	28	3
15	20	25	30	35	4
18	24	30	36	42	4
21	28	35	42	49	5
24	32	40	48	56	6
27	36	45	54	63	7
30	40	50	60	70	8
33	44	55	66	77	8

I de to eksempler herover gælder reglen
da (12 + 30) - (20 + 18) = 4
og (40 + 70) - (50 + 56) = 4

4

Udtryk i de gule felter.

m *n	m*(n+1)	m*(n+2)
(m+1)*n	(m+1)*(n+1)	(m+1)*(n+2)
(m+2)*n	(m+2)*(n+1)	(m+2)*(n+2)

5

Algebraisk bevis for påstanden. i opgave 3.

$$m \cdot n + (m+2) \cdot (n+2) - ((m+2) \cdot n + m \cdot (n+2)) =$$
$$mn + mn + 2m + 2n + 4 - (mn + 2n + mn + 2m) = 4$$